

**EFFECTOS DE LA DISCRETIZACIÓN ESPACIAL EN LA
SIMULACIÓN DE FLUJO DE AGUA EN REDES DE CONDUCTOS**

Por

José Luis Macor

Tesis remitida a la Comisión de Postgrado de la

FACULTAD DE INGENIERÍA Y CIENCIAS HÍDRICAS

Como parte de los requisitos para la obtención

del grado de

Magíster en Ingeniería de los Recursos Hídricos

de la

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL LITORAL

2000

DECLARACIÓN DEL AUTOR

Esta disertación ha sido remitida como parte de los requisitos para la obtención del grado académico de Magíster en Ingeniería de los Recursos Hídricos ante la Universidad Nacional del Litoral y ha sido depositada en la Biblioteca de la Facultad de Ingeniería y Ciencias Hídricas para que esté a disposición de sus lectores bajo las condiciones estipuladas por el Reglamento de la mencionada Biblioteca.

Citaciones breves de esta disertación son permitidas sin la necesidad de un permiso especial, en la suposición de que la fuente sea correctamente citada. Solicitudes de permiso para una citación extendida o para la reproducción parcial o total de este manuscrito serán concedidos por el portador legal del derecho de propiedad intelectual de la obra.

José Luis MACOR

A mi esposa e hijos.

A mis padres.

AGRADECIMIENTOS

Al ingeniero Raúl Pedraza, director de la Tesis, por sus enseñanzas, dedicación, y amistad.

Al ingeniero Eric Gaume y a las autoridades del Centre de Enseignement et Recherche Eau, Ville et Environnement de l'École Nationale des Ponts et Chaussées de Paris por su buena predisposición, colaboración y valiosos conocimientos.

A Gachi y Jorge Collins, mis compañeros de proyecto, por su apoyo y aliento.

A Viviana, María del Valle y Roxana con quienes he compartido el camino de esta maestría, por su afecto y compañerismo.

Al Dr. Horacio Colina y su familia por su apoyo y entrañable amistad.

ÍNDICE GENERAL

| | |
|---|-------------|
| Índice de Figuras..... | v |
| Índice de Tablas | viii |
| Resumen..... | x |
| Résumé..... | xi |
| Abstract | xii |
| | |
| 1. Descripción General del Problema | |
| 1.1. Introducción | 1 |
| 1.2. Objetivo de la tesis | 2 |
| 1.3. Descripción sintética del informe de Tesis | 4 |
| 1.4. El agua, la ciudad y el drenaje pluvial. Su evolución | 5 |
| 1.5. Efectos de la urbanización sobre el escurrimiento..... | 10 |
| 1.6. Características de los drenajes pluviales urbanos | 12 |
| | |
| 2. El Ciclo del Agua en Ambiente Urbano | |
| 2.1. Introducción | 16 |
| 2.2. Precipitación y escurrimiento..... | 17 |
| 2.3. Escurrimientos en la red de drenaje | 19 |
| 2.4. Influencia desde aguas abajo..... | 20 |
| 2.5. Sobrecarga y desbordamientos de las redes de drenaje | 21 |
| 2.6. Gestión de obras..... | 22 |
| | |
| 3. Conceptos y Principios Hidrológicos e Hidráulicos Básicos | |
| 3.1. Introducción | 23 |
| 3.2. Clasificación del flujo | 24 |
| 3.2.1. Flujo permanente o impermanente | 24 |
| 3.2.2. Flujo uniforme o no uniforme..... | 25 |
| 3.2.3. Flujo en canales abiertos o en conductos cerrados | 25 |
| 3.2.4. Flujo laminar o turbulento | 25 |
| 3.2.5. Flujo subcrítico o supercrítico | 26 |
| 3.3. Teorema de transporte de Reynolds..... | 27 |
| 3.4. Ecuación integral de continuidad..... | 32 |
| 3.5. Ecuación integral de cantidad de movimiento | 33 |
| 3.6. Balance de energía | 33 |
| 3.7. Energía específica | 37 |
| 3.8. Tirante normal..... | 39 |

| | | |
|-----------|--|-----|
| 3.9. | Perfiles de la superficie del pelo de agua | 40 |
| 3.10. | Resalto hidráulico | 42 |
| 3.11. | Pérdidas por fricción | 44 |
| 3.12. | Pérdidas menores | 46 |
| 3.12.1. | Pérdidas en transiciones | 47 |
| 3.12.2. | Pérdidas en uniones y cámaras de inspección | 47 |
| 3.12.3. | Pérdidas en entradas..... | 48 |
| 4. | Los Modelos Mecanicistas | |
| 4.1. | Introducción | 49 |
| 4.2. | Modelos mecanicistas completos..... | 50 |
| 4.3. | Modelos mecanicista simplificados | 52 |
| 4.3.1. | Modelos difusivos..... | 54 |
| 4.3.2. | Modelos cinemáticos | 56 |
| 4.4. | Ecuación de continuidad para el flujo impermanente gradualmente variado | 57 |
| 4.5. | Ecuación dinámica para el flujo impermanente gradualmente variado | 58 |
| 4.6. | Ecuación dinámica como expresión general para la curva $Q(y)$ en régimen impermanente gradualmente variado | 60 |
| 5. | Criterios de Elección de Modelos para la Propagación del Esguerrimiento | |
| 5.1. | Introducción | 63 |
| 5.2. | Criterios basados en los órdenes de magnitud de los términos de la ecuación dinámica | 64 |
| 5.3. | Criterios basados en el estudio de ondas..... | 66 |
| 5.4. | Criterio experimental | 69 |
| 5.5. | Conclusión | 69 |
| 6. | Métodos de Resolución y Esquemas de Discretización | |
| 6.1. | Introducción | 71 |
| 6.2. | Discretización de las ecuaciones diferenciales | 71 |
| 6.3. | Discretización en los bordes | 76 |
| 6.4. | Esquemas explícitos e implícitos | 78 |
| 6.4.1. | Métodos explícitos..... | 80 |
| 6.4.2. | Métodos implícitos | 81 |
| 6.5. | Condiciones de estabilidad..... | 81 |
| 6.6. | Difusión numérica..... | 89 |
| 7. | El Storm Water Management Model (SWMM) | |
| 7.1. | Introducción | 92 |
| 7.2. | El bloque Runoff..... | 93 |
| 7.3. | Ecuaciones básicas del modelo Runoff..... | 95 |
| 7.4. | El parámetro W | 97 |
| 7.5. | El bloque Extran..... | 100 |
| 7.6. | Antecedentes del modelo Extran..... | 100 |
| 7.7. | Representación conceptual del modelo Extran | 101 |
| 7.8. | Ecuaciones básicas del modelo Extran | 102 |

| | | |
|--|---|------------|
| 7.9. | Solución de la ecuación del flujo | 104 |
| 7.10. | Estabilidad numérica del modelo Extran | 106 |
| 7.11. | Conductos equivalentes..... | 108 |
| 7.12. | Consideraciones para el flujo en conductos | 109 |
| 7.13. | Cálculo de la carga hidráulica bajo condiciones de sobrecarga y desbordamiento | 111 |
| 7.14. | Sobrecarga en varios nodos adyacentes | 114 |
| 7.15. | Dispositivos de control del flujo | 114 |
| 7.16. | Dispositivos de almacenamiento..... | 115 |
| 7.17. | Orificios | 115 |
| 7.18. | Vertederos | 117 |
| 7.19. | Vertederos con compuertas | 118 |
| 7.20. | Caídas de agua | 119 |
| 7.21. | Limitaciones de Extran | 119 |
| 8. | Efecto de la escala espacial en la respuesta del modelo SWMM | |
| 8.1. | Introducción | 120 |
| 8.2. | Antecedentes | 121 |
| 8.3. | Identificación del problema | 124 |
| 8.4. | Análisis sobre una red de conductos hipotética | 125 |
| 8.5. | Análisis sobre una red de conductos real | 130 |
| 8.5.1. | Cuenca urbana experimental..... | 131 |
| 8.5.2. | Calibración para la Micro escala | 135 |
| 8.5.2.1. | Calibración inicial para la micro escala (calibración A)..... | 139 |
| 8.5.2.2. | Calibración final para la micro escala (calibración B) | 141 |
| 8.5.2.3. | Conclusión | 143 |
| 8.5.2.4. | Análisis de sensibilidad | 148 |
| 8.5.3. | Calibración para las meso y macro escalas..... | 153 |
| 8.5.4. | Verificación del modelo para eventos de alta magnitud..... | 165 |
| 8.5.5. | Análisis comparativo de niveles calculados en nodos de interés..... | 167 |
| 9. | Conclusiones y recomendaciones | 171 |
| 10. | Referencias bibliográficas | 174 |
| Anexo A. Estudio experimental del modelo Extran | | |
| A.1. | Introducción | 184 |
| A.2. | Elección de las características geométricas..... | 185 |
| A.2.1. | Pendiente y coeficiente de resistencia | 185 |
| A.2.2. | Sección transversal | 188 |
| A.2.3. | Longitud..... | 188 |
| A.3. | El paso de tiempo Δt | 189 |
| A.4. | Sensibilidad del modelo Extran al parámetro Δt | 190 |
| A.4.1. | Ensayo N° 1: Sensibilidad al parámetro Δt , $\Delta x = 250$ m e hidrograma en S | 190 |

| | |
|--|------------|
| A.4.2. Ensayo N° 2: Sensibilidad al parámetro Δt , $\Delta x = 250$ m e hidrograma sinusoidal | 192 |
| A.5. Sensibilidad del modelo al parámetro Δx | 193 |
| A.5.1. Ensayo N° 3: Sensibilidad al parámetro Δx , $\Delta t = 1$ seg e hidrograma en S | 193 |
| A.5.2. Ensayo N° 4: Sensibilidad al parámetro Δx , $\Delta t = 1$ seg e hidrograma sinusoidal | 194 |
| A.5.3. Ensayo N° 5: Sensibilidad al parámetro Δx , $\Delta t = 1$ seg e hidrograma sinusoidal. Mayor pendiente que ensayo N° 4 | 196 |
| A.5.4. Ensayo N° 6: Sensibilidad al parámetro Δx , $\Delta t = 1$ seg e hidrograma sinusoidal. Menor pendiente que ensayo N° 4 | 197 |
| A.5.5. Conclusión | 198 |
| A.6. Sensibilidad del modelo Extran a la pendiente de conductos S_o | 199 |
| A.6.1. Ensayo N° 7: Sensibilidad al parámetro S_o | 199 |
| A.7. Sensibilidad del modelo Extran a la rugosidad n | 201 |
| A.7.1. Ensayo N° 7: Sensibilidad al parámetro S_o | 201 |
| A.8. Ábaco para la condición de estabilidad del modelo..... | 202 |
| Anexo B. Características de las discretizaciones para las escalas de estudio..... | 203 |
| Anexo C. Resultados de la calibración para distintas escalas espaciales y eventos | 214 |
| Anexo D. Listado de simbologías..... | 217 |

ÍNDICE DE FIGURAS

| | | |
|--------------|---|-----|
| Figura 1.1. | Antiguo drenaje romano del puerto de Aquileia, Italia | 7 |
| Figura 1.2. | Desagüe romano de Hannaba, Argelia | 8 |
| Figura 1.3. | Sección de conductos de grandes dimensiones | 9 |
| Figura 1.4. | Impacto de la urbanización..... | 11 |
| Figura 1.5. | Esquema simplificado de un desagüe pluvial urbano..... | 14 |
| | | |
| Figura 2.1.a | Hidrogramas componentes | 21 |
| Figura 2.1.b | Hidrogramas componentes | 21 |
| | | |
| Figura 3.1. | Volumen de control del fluido..... | 29 |
| Figura 3.2. | Volumen de control del fluido: vista de la región de salida | 30 |
| Figura 3.3. | Volumen de control del fluido: vista de la región de entrada..... | 32 |
| Figura 3.4. | Balace de energía para flujo a presión..... | 35 |
| Figura 3.5. | Balace de energía para canales abiertos | 36 |
| Figura 3.6. | Energía específica..... | 38 |
| Figura 3.7. | Resalto hidráulico | 43 |
| | | |
| Figura 4.1. | Curva tirante – caudal..... | 55 |
| | | |
| Figura 5.1. | Criterio de verificación a posteriori..... | 65 |
| | | |
| Figura 6.1. | Grilla discreta de puntos | 72 |
| Figura 6.2. | Discretización en bordes..... | 76 |
| Figura 6.3. | Atenuación de una onda | 91 |
| | | |
| Figura 7.1. | Esquema de las subcuencas | 94 |
| Figura 7.2. | Esquema del reservorio no lineal..... | 95 |
| Figura 7.3. | Esquema de idealización de la cuenca según un único plano..... | 98 |
| Figura 7.4. | Esquema de idealización de la cuenca según dos planos simétricos | 98 |
| Figura 7.5. | Esquema de idealización de la cuenca según dos planos asimétricos | 99 |
| Figura 7.6.a | Esquematzación del sistema de drenaje para el modelo Extran..... | 102 |
| Figura 7.6.b | Esquematzación de nodos y conductos para el modelo Extran..... | 102 |
| Figura 7.7. | Esquema del método de Euler modificado | 105 |
| Figura 7.8. | Asignación de áreas a los nodos adyacentes a los conductos..... | 110 |
| Figura 7.9. | Orificios derivadores | 116 |

| | | |
|--------------|---|-----|
| Figura 8.1. | Esquemas topológicos para tres niveles de discretización | 127 |
| Figura 8.2. | Cuenca urbana Guadalupe Oeste, Santa Fe, Argentina..... | 131 |
| Figura 8.3. | Discretización 59 subcuencas (Micro escala)..... | 132 |
| Figura 8.4. | Esquema del sistema de conductos de la cuenca..... | 133 |
| Figura 8.5. | Curva de descarga..... | 134 |
| Figura 8.6. | Comparación curvas de descarga | 134 |
| Figura 8.7. | Evento de calibración del 28/04/1995 | 136 |
| Figura 8.8. | Evento de calibración del 05/05/1995 | 136 |
| Figura 8.9. | Evento de calibración del 30/01/1996 | 137 |
| Figura 8.10. | Evento de calibración del 28/02/1996 | 137 |
| Figura 8.11. | Evento de calibración del 11/03/1996 | 138 |
| Figura 8.12. | Evento de calibración del 12/03/1996 | 138 |
| Figura 8.13. | Evento de calibración del 15/06/1996 | 139 |
| Figura 8.14. | Hidrogramas resultantes de las calibraciones del evento del 28/04/1995 | 144 |
| Figura 8.15. | Hidrogramas resultantes de las calibraciones del evento del 05/05/1995 | 144 |
| Figura 8.16. | Hidrogramas resultantes de las calibraciones del evento del 30/01/1996..... | 145 |
| Figura 8.17. | Hidrogramas resultantes de las calibraciones del evento del 28/02/1996..... | 145 |
| Figura 8.18. | Hidrogramas resultantes de las calibraciones del evento del 11/03/1996..... | 146 |
| Figura 8.19. | Hidrogramas resultantes de las calibraciones del evento del 12/03/1996..... | 146 |
| Figura 8.20. | Hidrogramas resultantes de las calibraciones del evento del 15/06/1996..... | 147 |
| Figura 8.21. | Caudales simulados versus caudales observados | 147 |
| Figura 8.22. | Volúmenes simulados versus volúmenes observados | 148 |
| Figura 8.23. | Tiempos pico simulados versus tiempos pico observados | 148 |
| Figura 8.24. | Análisis de sensibilidad al parámetro n_i para el evento del 30/01/1996..... | 150 |
| Figura 8.25. | Análisis de sensibilidad al parámetro n_c para el evento del 30/01/1996..... | 151 |
| Figura 8.26. | Análisis de sensibilidad al parámetro W para el evento del 30/01/1996..... | 151 |
| Figura 8.27. | Análisis de sensibilidad al parámetro n_i para el evento del 15/06/1996..... | 152 |
| Figura 8.28. | Análisis de sensibilidad al parámetro n_c para el evento del 15/06/1996..... | 152 |
| Figura 8.29. | Análisis de sensibilidad al parámetro W para el evento del 15/06/1996..... | 153 |
| Figura 8.30. | Discretización en 25 subcuencas (Meso escala)..... | 154 |
| Figura 8.31. | Discretización en 6 subcuencas (Macro escala) | 154 |
| Figura 8.32. | Hidrogramas resultantes de las calibraciones del evento del 28/04/1995 para la meso y macro escalas..... | 155 |
| Figura 8.33. | Hidrogramas resultantes de las calibraciones del evento del 05/05/1995 para la meso y macro escalas..... | 156 |

| | |
|---|-----|
| Figura 8.34. Hidrogramas resultantes de las calibraciones del evento del 30/01/1996 para la meso y macro escalas..... | 156 |
| Figura 8.35. Hidrogramas resultantes de las calibraciones del evento del 28/02/1996 para la meso y macro escalas..... | 157 |
| Figura 8.36. Hidrogramas resultantes de las calibraciones del evento del 11/03/1996 para la meso y macro escalas..... | 157 |
| Figura 8.37. Hidrogramas resultantes de las calibraciones del evento del 12/03/1996 para la meso y macro escalas..... | 158 |
| Figura 8.38. Hidrogramas resultantes de las calibraciones del evento del 15/06/1996 para la meso y macro escalas..... | 158 |
| Figura 8.39. Relación área-ancho de subcuenca para las tres escalas..... | 160 |
| Figura 8.40. Hidrogramas simulados del evento del 28/02/1995 | 161 |
| Figura 8.41. Hidrogramas simulados del evento del 30/01/1996 | 161 |
| Figura 8.42. Hidrogramas simulados del evento del 03/02/1996 | 162 |
| Figura 8.43. Hidrogramas simulados del evento del 28/02/1996 | 162 |
| Figura 8.44. Hidrogramas simulados del evento del 11/03/1996 | 163 |
| Figura 8.45. Hidrogramas simulados del evento del 12/03/1996 | 163 |
| Figura 8.46. Hidrogramas simulados del evento del 15/06/1996 | 164 |
| Figura 8.47. Efectos de la discretización espacial sobre la descarga pico | 165 |
| Figura 8.48. Hidrogramas simulados del evento del 07/03/1995 | 166 |
| Figura 8.49. Hidrogramas simulados del evento del 08/04/1995 | 166 |
| Figura 8.50. Hidrogramas simulados del evento del 03/02/1996 | 167 |
| Figura 8.51. Ubicación nodos de interés..... | 168 |
| | |
| Figura A.1. Colector circular | 186 |
| Figura A.2. Diámetros y tirantes para máximas capacidades de conducción..... | 187 |
| Figura A.3. Celeridades de conductos | 188 |
| Figura A.4. Determinación de Δt según Ponce y Theurer (1982)..... | 189 |
| Figura A.5. Ensayo N° 1: Sensibilidad del modelo Extran al parámetro Δt | 191 |
| Figura A.6. Ensayo N° 2: Sensibilidad del modelo Extran al parámetro Δt | 192 |
| Figura A.7. Ensayo N° 3: Sensibilidad del modelo Extran al parámetro Δx | 194 |
| Figura A.8. Ensayo N° 4: Sensibilidad del modelo Extran al parámetro Δx | 195 |
| Figura A.9. Ensayo N° 5: Sensibilidad del modelo Extran al parámetro Δx | 196 |
| Figura A.10. Ensayo N° 6: Sensibilidad del modelo Extran al parámetro Δx | 198 |
| Figura A.11. Sensibilidad al parámetro Δx . Resumen ensayos N° 4, 5 y 6 | 199 |
| Figura A.12. Sensibilidad del modelo Extran al parámetro S_o | 200 |
| Figura A.13. Sensibilidad del modelo Extran al parámetro de rugosidad n | 202 |
| Figura A.14. Curvas intervalo de tiempo-diámetro-longitud..... | 202 |
| | |
| Figura B.1. Discretización en 59 subcuencas (Micro escala)..... | 205 |
| Figura B.2. Esquema del sistema de conductos de la cuenca..... | 208 |
| Figura B.3. Discretización en 25 subcuencas (Meso escala)..... | 212 |
| Figura B.4. Discretización en 6 subcuencas (Macro escala) | 213 |

ÍNDICE DE TABLAS

| | |
|--|-----|
| Tabla 8.1. Características físicas de la cuenca urbana hipotética | 125 |
| Tabla 8.2. Características físicas de la red de conductos hipotética | 126 |
| Tabla 8.3. Resultados de las simulaciones con el modelo SWMM | 129 |
| Tabla 8.4. Curva de descarga | 134 |
| Tabla 8.5. Tormentas de calibración | 136 |
| Tabla 8.6. Calibración inicial Micro escala (Calibración A) | 140 |
| Tabla 8.7. Calibración final Micro escala (Calibración B) | 142 |
| Tabla 8.8. Resumen de estadísticos | 143 |
| Tabla 8.9. Análisis de sensibilidad del modelo SWMM para el evento del 30/01/1996 | 149 |
| Tabla 8.10. Análisis de sensibilidad del modelo SWMM para el evento del 15/06/1996 | 150 |
| Tabla 8.11. Resumen calibración meso escala, ajustando valores del parámetro W ... | 159 |
| Tabla 8.12. Resumen calibración macro escala, ajustando valores del parámetro W .. | 159 |
| Tabla 8.13. Resumen eventos de calibración Modelo SWMM | 160 |
| Tabla 8.14. Características eventos de verificación | 165 |
| Tabla 8.15. Resumen de simulaciones con el modelo SWMM | 168 |
| Tabla 8.16. Resumen de indicadores de agregación espacial | 170 |
| | |
| Tabla A.1. Ensayo N° 1: Sensibilidad del modelo Extran al parámetro Δt | 191 |
| Tabla A.2. Ensayo N° 2: Sensibilidad del modelo Extran al parámetro Δt | 192 |
| Tabla A.3. Ensayo N° 3: Sensibilidad del modelo Extran al parámetro Δx | 194 |
| Tabla A.4. Ensayo N° 4: Sensibilidad del modelo Extran al parámetro Δx | 195 |
| Tabla A.5. Ensayo N° 5: Sensibilidad del modelo Extran al parámetro Δx | 196 |
| Tabla A.6. Ensayo N° 6: Sensibilidad del modelo Extran al parámetro Δx | 197 |
| Tabla A.7. Sensibilidad del modelo Extran al parámetro Δx . Resumen tests N° 4, 5 y 6 | 198 |
| Tabla A.8. Ensayo N° 7: Sensibilidad del modelo Extran al parámetro S_o | 200 |
| Tabla A.9. Sensibilidad del modelo Extran al parámetro de rugosidad n | 201 |
| | |
| Tabla B.1. Características de la discretización en 59 subcuencas (micro escala) | 203 |
| Tabla B.2. Características del sistema de drenaje de la cuenca..... | 206 |
| Tabla B.3. Características de la discretización en 25 subcuencas (meso escala) | 209 |
| Tabla B.4. Características de la discretización en 6 subcuencas (macro escala)..... | 209 |
| Tabla B.5. Características del sistema de drenaje, meso escala | 210 |
| Tabla B.6. Características del sistema de drenaje, macro escala..... | 211 |

| | |
|---|-----|
| Tabla C.1. Resultados de la calibración para la micro escala..... | 214 |
| Tabla C.2. Resultados de la calibración para la meso esala | 214 |
| Tabla C.3. Resultados de la calibración para la macro escala | 215 |
| Tabla C.4. Estadísticos del parámetro α para distintas escalas y eventos | 215 |
| Tabla C.5. Resultados finales de la calibración de la micro escala | 216 |
| Tabla C.6. Resultados finales de la calibración de la meso escala | 216 |
| Tabla C.7. Resultados finales de la calibración de la macro escala | 216 |

RESUMEN

Los procesos de urbanización producen un fuerte impacto sobre las respuestas hidrológicas de las cuencas. El incremento de las áreas impermeables aumenta notablemente los escurrimientos superficiales. Para evacuar los excedentes pluviales urbanos, el hombre diseña y construye sistemas de drenaje, sirviéndose de modelos matemáticos que le permiten realizar los cálculos de diseño, operación y planificación de dichos sistemas.

El avance de la informática ha generalizado la aplicación de modelos distribuidos, en reemplazo de los modelos concentrados. La modelación distribuida supone un mejoramiento de la capacidad para describir los fenómenos que participan en el proceso de transformación precipitación – escorrentía. Sin embargo, incorpora una incertidumbre en el usuario referida a la elección del tamaño de discretización espacial apropiado para la simulación.

Este trabajo investiga los efectos de la discretización espacial sobre la simulación del flujo en una red de conductos pluviales, analiza la sensibilidad del esquema numérico del módulo hidrodinámico del Storm Water Management Model, determina la relación conveniente entre el intervalo de tiempo de cálculo y la longitud de conductos, analiza la variación del parámetro de calibración W para distintas escalas espaciales de una cuenca urbana y se propone un criterio para seleccionar la mayor escala espacial necesaria para obtener una precisión deseada en los resultados. Para ello se realizaron ensayos numéricos del modelo SWMM sobre tramos de conductos teóricos y en una cuenca urbana experimental.

Los resultados permitirán, a futuros usuarios, disponer de criterios que permitan seleccionar el mínimo grado de complejidad geométrica de una red de conductos necesario para satisfacer la precisión admisible en los resultados, con una simplificación del esfuerzo de modelación y costo de recolección de datos.

RÉSUMÉ

Les processus d'urbanisation produisent un fort impact sur les réponses hydrologiques des bassins versants. L'accroissement des aires imperméables augmente notablement les écoulements superficiels. Pour évacuer les excédents pluviaux urbains, l'homme fait la conception et construit des systèmes de drainage, en utilisant des modèles mathématiques qui permettent de réaliser les calculs de conception, opération et planification des tels systèmes. L'avance de l'informatique a généralisé l'application des modèles distribués, en remplacement des modèles globaux. La modélisation distribuée suppose une amélioration de la capacité pour décrire les phénomènes qui participent dans les processus de transformation pluie-écoulement. Néanmoins, elle incorpore une incertitude dans l'utilisateur en rapport au choix de la grandeur de la discrétisation superficielle appropriée pour la simulation.

Ce travail examine les effets de la discrétisation superficielle sur la simulation d'écoulement dans un réseau de conduites pluviales, analyse la sensibilité du schéma numérique du module hydrodynamique du Storm Water Management Model, détermine le rapport commode entre le pas de temps de calcul et la longueur des conduites, analyse la variation du paramètre de calage W pour différentes échelles superficielles d'un bassin versant urbain et on propose un critère pour choisir la plus grande échelle superficielle pour obtenir une précision désirée dans les résultats. Pour ce qui on réalise des épreuves numériques du modèle SWMM sur conduites théoriques et dans un bassin versant expérimental.

Les résultats permettront, aux futurs utilisateurs, disposer des critères qui permettent choisir le plus petit degré de complexité géométrique d'un réseau des conduites nécessaire pour satisfaire la précision admissible dans les résultats, avec une simplification de l'effort de modélisation et de coût de compilation des données.

ABSTRACT

Urbanization processes produce a strong impact on the hydrologic response of watersheds. The increment of the impervious areas increases notably surface runoffs. In order to evacuate urban storm runoffs, man designs and builds drainage systems, with the help of mathematical models that allow due design, operation and planning of those systems.

The computer era has contributed to generalize the application of distributed models instead of concentrated models. Distributed modelling would mean an improvement of the capacity to describe the rainfall – runoff process. However, it incorporates an uncertainty related to the selection of the appropriate spatial discretization for the simulations.

This work investigates the effects of spatial discretization on flow modelling in a network of pluvial conduits. It also analyzes the sensitivity of the numerical scheme of the hydrodynamic module of the Storm Water Management Model, determines the appropriate relationship between the time interval and the length of the conduits, analyzes the variation of the calibration parameter W for different spatial scales of an urban watershed. Finally, it proposes a criterion to select the largest spatial scale necessary to obtain the desired accuracy in the results. Therefore, numerical tests with the SWMM model over reaches of theoretical conduits and an experimental urban watershed were performed.

The results will provide future users of the model with a criterion that will allowed them to select the minimum degree of geometry complexity of a network of conduits to satisfy a prescribed accuracy, modelling effort and data collection being thus simplified.

Capítulo 1

Descripción General del Problema

1.1 Introducción

Los procesos de urbanización producen un fuerte impacto sobre la respuesta hidrológica de las cuencas. Bajo condiciones de desarrollo urbano, el incremento de las áreas impermeables y la incorporación de nuevos drenajes aumentan notablemente el volumen de escurrimiento superficial, el caudal pico y la velocidad del escurrimiento y disminuye el tiempo al pico.

La urbanización puede traer aparejado problemas de anegamiento pluvial, tanto por los niveles como por el tiempo de permanencia que dichos anegamientos pueden alcanzar. Para solucionar estos problemas el hombre diseña y construye sistemas de drenaje urbanos, más o menos sofisticados, con el fin de evacuar los excedentes pluviales. Para ello se sirve de modelos que le permiten realizar los cálculos para el diseño, operación y planificación de dichos sistemas.

En las últimas décadas, el avance informático ha permitido que se generalice la aplicación de modelos de parámetros distribuidos, en reemplazo de los modelos de parámetros concentrados. Esto resulta necesario en hidrología urbana, donde los parámetros y variables varían sensiblemente de un punto a otro de la cuenca. La modelación distribuida supone un mejoramiento de la capacidad de describir los fenómenos que participan en el proceso de transformación precipitación – escorrentía. Sin embargo, incorpora una incertidumbre en el usuario referida a la elección del tamaño de discretización espacial apropiado para la simulación. La influencia que el tamaño o escala de discretización tiene sobre la simulación distribuida ha sido reconocida por diversos autores. El nivel de discretización espacial relata directamente el grado de simplificación de los datos y de concentración de los parámetros que es permitido para un rango específico de escala espacio-tiempo.

1.2 Objetivos de la tesis

El objetivo general de la presente Tesis es investigar los efectos de la discretización espacial sobre la simulación de flujo de agua en una red de conductos pluviales con el modelo SWMM.

Como objetivos particulares se tienen:

- a) Determinar el parámetro de calibración W para distintas escalas espaciales de una cuenca urbana.
- b) Determinar la mayor escala espacial necesaria para obtener una precisión deseada en los resultados, a los fines del diseño y verificación hidráulica de la red de conductos. Esta escala espacial será aquella que, con la menor complejidad geométrica, represente adecuadamente tanto el fenómeno físico (caudal en

conductos, velocidad, niveles de agua en nodos, etc.) como las características geométricas e hidráulicas del sistema y satisfaga la precisión deseada.

- c) Analizar la sensibilidad del esquema numérico del módulo hidrodinámico del modelo a los incrementos de longitud y tiempo y evaluar la atenuación numérica del esquema para geometrías típicas.
- d) Determinar la relación conveniente entre el intervalo de tiempo de cálculo y la longitud de conductos, a efectos de preservar la estabilidad del esquema numérico del módulo hidrodinámico del modelo, para distintas dimensiones de conductos.

Se determinan parámetros de escala, a efectos de que futuros usuarios puedan aplicar una escala espacial conveniente, que permitan satisfacer los objetivos de diseño y verificación hidráulica, con una simplificación del esfuerzo de modelación y costo de recolección de datos.

Para alcanzar estos objetivos se ha realizado una investigación bibliográfica en libros, revistas científicas y artículos técnicos a efectos de actualizar y profundizar el conocimiento en temas tales como:

- Principios hidráulicos de conservación de masa, momento y energía.
- Flujo en conductos cerrados.
- Teoría de la onda dinámica, ecuaciones básicas, limitaciones y esquemas numéricos en diferencias finitas.
- Hidráulica de los principales componentes de un sistema de drenaje pluvial.

A fin de cumplir con los objetivos particulares propuestos se implementó y calibró el modelo SWMM a la cuenca urbana experimental Guadalupe Oeste de la ciudad de Santa Fe, Argentina (Pedraza et al, 1995).

1.3 Descripción sintética del informe de Tesis

En los ítems siguientes de este capítulo se presenta una descripción general de la problemática en estudio y una reseña histórica de la evolución de las ciudades en su relación con el agua y con los drenajes pluviales. Se describen además los efectos de los procesos de urbanización y las características de los sistemas pluviales urbanos.

En el segundo capítulo se desarrollan algunos conceptos generales del ciclo del agua en el medio urbano: la lluvia y el escurrimiento, los escurrimientos en los sistemas de drenaje, la influencia aguas abajo, sobrecargas y desbordamientos de sistemas de desagües y la gestión de obras.

En el tercer capítulo se desarrollan los principales conceptos y principios hidrológicos e hidráulicos básicos concernientes a los sistemas pluviales, tales como la clasificación del flujo, el teorema de transporte de Reynolds, las ecuaciones integrales de continuidad y cantidad de movimiento, balance de energía, pérdidas por fricción y otros.

En el capítulo cuarto se presentan los modelos basados en los conceptos de la mecánica, de allí su denominación de modelos mecanicistas. Se presenta además como complemento la determinación de las ecuaciones de continuidad, hidrodinámica y de la onda difusiva, como bases de los modelos mecanicistas.

Posteriormente, en el capítulo quinto se describen una serie de criterios para establecer si ciertos términos de la ecuación dinámica de Saint Venant pueden ser despreciables para un escurrimiento dado. Se presentan algunos criterios basados en el orden de magnitud de los términos de la ecuación dinámica, en el estudio de ondas y criterios experimentales.

Luego, en el capítulo seis, se detallan los esquemas de discretización de las ecuaciones diferenciales, los métodos de resolución, las condiciones de estabilidad de dichos métodos y el concepto de difusión numérica.

El capítulo siete contiene una descripción del modelo SWMM (Storm Water Management Model). Se describen básicamente sus dos bloques o submodelos principales: Runoff (transformación lluvia –escorrentía) y Extran (hidrodinámico).

En el capítulo octavo se analizan los efectos de la discretización espacial en la simulación del flujo en redes de conductos. Primeramente se hace un análisis sobre una cuenca hipotética homogénea a fin evitar cierta influencia de la variabilidad de los parámetros físicos y en segundo término se hace un análisis sobre una cuenca real con datos observados. Se implementa y calibra el modelo SWMM (bloques Runoff y Extran) a la cuenca urbana experimental Guadalupe Oeste. La calibración del modelo se realiza para tres escalas espaciales, cuyas características se presentan en el Anexo B. Además, se realiza un análisis de sensibilidad del modelo a los parámetros de calibración para la escala de detalle.

En el capítulo nueve se reseñan las principales conclusiones y recomendaciones obtenidas en esta Tesis de Maestría.

En el capítulo diez se listan todas las referencias bibliográficas citadas en esta obra.

Finalmente en el Anexo A se presentan una serie de experimentos numéricos con el fin de analizar el comportamiento del esquema y del método de resolución del modelo Extran, frente a la variación de algunos parámetros y su influencia en la difusión numérica.

1.4 El agua, la ciudad y el drenaje pluvial. Su evolución

El agua siempre ha sido un factor esencial que condiciona la organización de las sociedades humanas. Esto es particularmente cierto para las ciudades, punto de encuentro de los hombres y sus actividades. Ellas no pueden ser privadas de agua; las ciudades nacen y prosperan en su presencia y esto es así desde el origen de los tiempos (Crepeau, 1999).

Durante milenios, el agua ha estado ligada al desarrollo de las ciudades, asegurándoles el abastecimiento para consumo, producción de energía, riego, fertilización, evacuación de desechos, vías de comunicación, etc.

De manera ambivalente el agua aislaba y protegía a las ciudades de los invasores, pero también de ella debían protegerse. Sitios tales como islotes elevados, penínsulas, promontorios rocosos, etc., han sido los lugares elegidos para el emplazamiento de las ciudades. Estas posiciones estratégicas aseguraban protección y una fuente de agua segura (Hubert, 1989).

A partir del siglo X, con la expansión del comercio en toda Europa, la construcción de rutas y puentes enlazó ciudades rompiendo su aislamiento. El auge del comercio impuso el establecimiento de puertos en las ciudades, los que fueron un factor importante de prosperidad. Comerciantes, artesanos y mercaderes se instalaron dentro de sus murallas y constituyeron junto con el puerto y con el agua como vía de comunicación, una apuesta estratégica y económica para el desarrollo de las ciudades.

Durante los siglos posteriores, las ciudades se extendieron fuera de sus muros, ocupando las partes bajas aledañas a las fuentes de agua. Surgió así la ciudad baja, habitada por los artesanos y sus familias quienes se establecieron allí en busca de mejores oportunidades de prosperidad. El avance de la técnica aportó el uso de energía hidráulica y con ella surgieron algunas industrias incipientes: molienda de granos, textiles, herrerías (Duby, 1983).

Los desechos y excrementos eran evacuados mediante canales a cielo abierto o arrojados a fosos. Las letrinas públicas se instalaban en las murallas asegurando su evacuación extramuros. Las zonas bajas de las ciudades se volvían receptoras de los desechos de las zonas altas, tornándose lugares insalubres donde la inmundicia y la pestilencia invadían el medioambiente urbano (Guillerme, 1984).

La insalubridad de las ciudades fue un tema de preocupación creciente para las autoridades. Comenzaron los primeros trabajos de cerramiento de las letrinas a cielo abierto y se realizaron operaciones de limpieza y purga de canales. Por otro lado comenzaron a generalizarse los sistemas de pozos ciegos (Laporte, 1978). Durante el transcurso de los siglos XVIII y XIX, comenzaron a desarrollarse en los medios científicos las teorías higienistas, las cuales se difundieron en las capas acomodadas de la sociedad, y que condujeron al mejoramiento de la distribución del agua para consumo y la recolección de las aguas servidas (Goubert, 1986).

Según la definición dada por Ernest Bosc, "un desagüe es un conducto subterráneo destinado a recoger las aguas pluviales, industriales y domiciliarias para desecharlas lejos de la ciudad" (Bosc, 1878).

Ya los antiguos romanos construyeron desagües que denominaban "cloacas". La más célebre de ellas es la "Cloaca Máxima" de Roma, con un desarrollo longitudinal de más de 1000 metros, destinada a evacuar las aguas servidas desde el Monte Capitolio hasta el río Tiber. Existen aún algunos restos de sistemas de drenaje romanos entre las ruinas del antiguo puerto fluvial de Aquileia, en el norte de Italia (figura 1.1) o en Hannaba, Argelia (figura 1.2), que testimonian el desarrollo que los romanos tenían en materia de desagües.



Figura 1.1 – Antiguo drenaje romano del puerto de Aquileia, Italia (foto J. Macor)



Figura 1.2 – Desagüe romano de Hannaba, Argelia (Chocat y otros, 1997)

La concepción romana del saneamiento fue abandonada hasta casi el siglo XIX. A fines de la Edad Media, se comenzó a reconocer la utilidad de la recolección y conducción subterránea de las aguas servidas. Sin embargo, las frecuentes guerras, la falta de recursos, la pobreza y el desarrollo urbano en zonas bajas insalubres, impidieron generalizar su aplicación.

Las graves epidemias urbanas de cólera y fiebre amarilla, que se sucedieron durante el siglo XIX, pusieron a la luz la correlación entre insalubridad y enfermedad y contribuyeron a impulsar el movimiento higienicista. Rápidamente se declaró la necesidad de la captación sistemática de las aguas servidas y su evacuación lejos del lugar de producción. Los primeros proyectos de envergadura de desagües bajo las calzadas, no sólo se destinaron a la evacuación de las aguas servidas, sino también al mejoramiento de la circulación vehicular y a la limpieza de calles. El perfil de las calzadas se volvió abovedado, se colocaron cordones cuneta y bocas de tormenta a ambos lados de las calzadas.

A fines del siglo XIX, las grandes ampliaciones que sufrieron las redes de saneamiento en las principales ciudades de Europa y América no representaron operaciones aisladas sino que se encuadraron en el marco de una modificación importante

del espacio urbano. La existencia de un colector en cada calle confirió a los desagües una estructura de verdadera red, superpuesta a la red vial urbana. Las dimensiones de los colectores construidos en esa época de grandes reestructuraciones urbanas y sociales superaron largamente las necesidades. De acuerdo a los criterios e ideas que por entonces se tenían, las galerías de drenaje debían albergar otras redes técnicas y de servicio, como por ejemplo, las redes de aducción de agua. A fin de facilitar el mantenimiento y limpieza de la red, los colectores debían poder ser visitados caminando sin mojarse los pies, esto explica entonces la construcción de conductos de sección ovoide de grandes dimensiones (figura 1.3). El cálculo de caudales sólo se hacía para determinar la profundidad de las cunetas.

A principios del siglo XX, comenzó el uso de técnicas de auto depuración mediante el uso de lagos decantadores y cuencos de retención que preconizaba por entonces el ingeniero Imoff en Alemania (Claude, 1985).



Figura 1.3 – Sección de conductos de grandes dimensiones (Chocat y otros, 1997)

1.5 Efectos de la urbanización sobre el escurrimiento

Los procesos de urbanización traen como consecuencia cambios importantes en las cuencas hidrográficas. Los efectos hidrológicos más significativos de estos procesos son una disminución notable de la capacidad de infiltración del suelo y una reducción de la capacidad de almacenamiento de la cuenca.

En efecto, bajo condiciones naturales, las pérdidas, tales como evapotranspiración, interceptación por follaje e infiltración del suelo, suelen ser significativas. Bajo condiciones de urbanización, el incremento del área de la superficie impermeable de la cuenca (calles, calzadas, techos, veredas, etc.) aumenta el escurrimiento superficial. Además, los pavimentos, cunetas, canales y desagües propagan el escurrimiento más rápidamente que las superficies naturales.

El impacto típico de la urbanización sobre los hidrogramas de escurrimiento puede observarse en la figura 1.4.

Para una misma lluvia, el hidrograma posterior a la urbanización difiere del hidrograma previo al desarrollo urbano en los siguientes aspectos:

- a) El volumen total escurrido es mayor
- b) El tiempo al pico es menor, lo que significa que el flujo escurre más rápidamente.
- c) El caudal pico es mayor.

El incremento del volumen escurrido es debido a la disminución de la capacidad de infiltración y del almacenamiento en depresión. El tiempo de base resulta más corto debido a la mayor velocidad del flujo que le confiere el sistema de drenaje. El incremento del caudal pico se produce como consecuencia de que un mayor volumen escurre en menor tiempo.

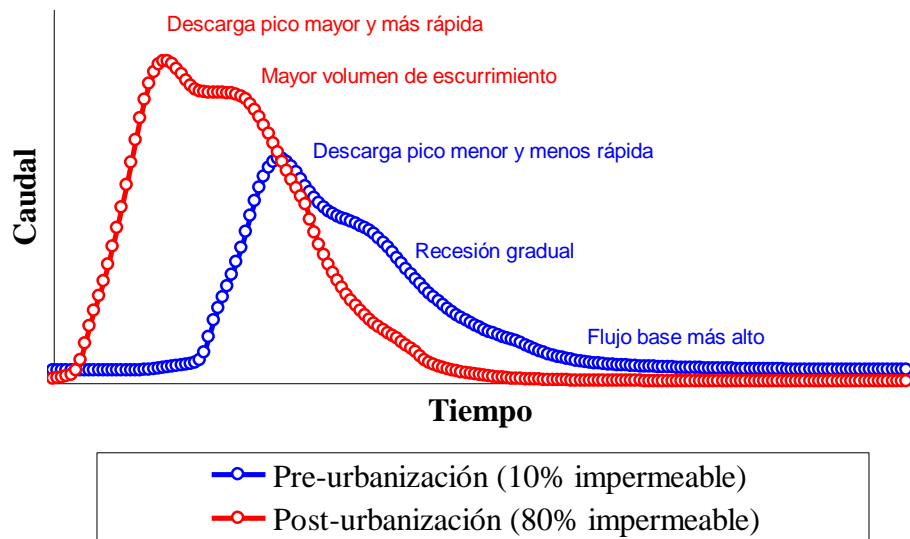


Figura 1.4-Impacto de la urbanización

La urbanización tiene un mayor impacto sobre los eventos más frecuentes que sobre los eventos menos frecuentes. El flujo subsuperficial y la recarga subterránea tienden a disminuir con la urbanización. Sin embargo, se han reportado casos en regiones áridas, donde el riego intensivo que acompaña a las urbanizaciones ha generado incrementos del flujo subterráneo.

En la región litoral argentina, el crecimiento territorial de los centros urbanos no siempre han seguido estrategias de planificación urbana. Es frecuente observar asentamientos poblacionales, generalmente de bajos recursos, desarrollarse desordenadamente sin la prestación de servicios de drenaje pluvial satisfactorios.

Los anegamientos urbanos no sólo pueden constatarse en áreas carecientes de drenaje pluvial. En algunos casos los asentamientos se desarrollan en la ribera de ríos, arroyos o canales, colectores naturales del agua pluvial excedente, los cuales crecen y desbordan frente a eventos lluviosos intensos.

En otros casos, los anegamientos se producen en áreas urbanas servidas por desagües pluviales. Las causas más comunes de este fenómeno son la insuficiente

capacidad de evacuación de los sistemas de drenaje o un funcionamiento hidráulico ineficiente por falta de mantenimiento. Los daños y perjuicios que causan los anegamientos pluviales sobre el medio socio-económico pueden ser muy importantes, y en casos críticos, con riesgo de pérdida de vidas humanas.

1.6 Características de los drenajes pluviales urbanos

Desde el punto de vista hidrológico e hidráulico, los sistemas de drenaje pluviales se caracterizan por:

- a) Tener un área de aportes relativamente pequeña, usualmente del orden de unos pocos kilómetros cuadrados. En casos extremos pueden alcanzar algunos pocos cientos de kilómetros cuadrados (Yen, 1987).
- b) Las tormentas críticas responden a patrones de intensidades relativamente altas en tiempos cortos.
- c) Los sistemas de drenaje urbano son típicamente distribuidos, es decir, sus parámetros y variables hidrológicas varían de un punto a otro de la cuenca.
- d) Los sistemas son variantes en el tiempo, debido a las continuas modificaciones antrópicas, además de los cambios estacionales naturales.
- e) El flujo normalmente es impermanente y no uniforme, pudiendo pasar de flujo en canal abierto (gravitatorio) a flujo en conducto a presión (sobrecarga) o viceversa.
- f) El flujo pluvial escurre a través de una red de drenaje y está sujeto a los efectos de remanso y de almacenamiento.
- g) Tanto el aspecto cuantitativo como cualitativo del agua pluvial a drenar resultan de una gran importancia en hidrología y medioambiente urbanos.

En la figura 1.5 se muestran los principales elementos de un sistema de drenaje pluvial urbano. Los detalles de conformación de los sistemas de drenaje varían de un lugar a otro y de un país a otro.

Los problemas del drenaje pluvial urbano se pueden clasificar en tres tipos:

- a) Problemas de diseño, por lo cual se deben determinar las dimensiones de los distintos elementos del sistema de drenaje.
- b) Problemas operacionales, por lo que las dimensiones son conocidas (predeterminadas o ya existentes) y el funcionamiento del drenaje se establece en términos de predicción de caudales o de evacuación.
- c) Problemas de planeamiento, por lo cual se consideran estrategias y alternativas de evacuación de excedentes pluviales, a menudo sin el requerimiento de detalles hidrológicos e hidráulicos refinados.

En general, un buen programa de manejo de agua pluvial urbana debería incluir estos tres aspectos.

En los inicios de la ingeniería de drenaje pluvial, cuando el diseño hidrológico e hidráulico dejó de ser un arte para convertirse en una ciencia, el ingeniero sólo necesitaba determinar las dimensiones del drenaje o el caudal pico de diseño.

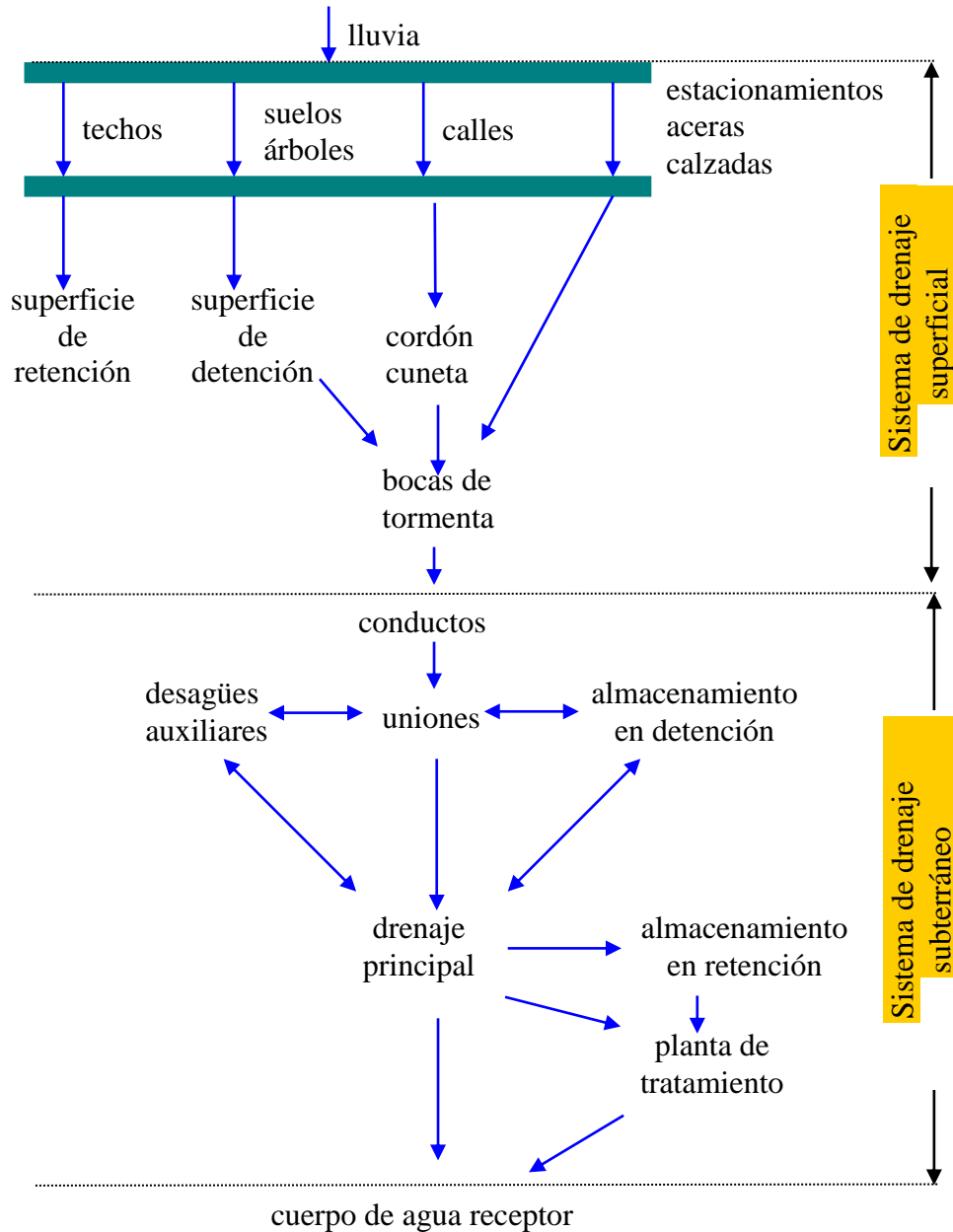


Figura 1.5 Esquema simplificado de un desagüe pluvial urbano

La mayoría de los métodos utilizados entonces, se basan en el concepto de sistema agregado, entre ellos se incluye el Método Racional. Sin embargo, hoy en día estos métodos resultan insuficientes para resolver problemas de drenaje pluvial, ya que para ello se requiere un conocimiento de los hidrogramas en diversos puntos de la cuenca de drenaje.

El grado de subdivisión o desagregación espacial resulta un factor preponderante en la precisión y eficiencia de las soluciones a los problemas del drenaje pluvial. Una apreciación y selección adecuada de la escala espacial resulta de gran importancia, junto con una elección apropiada de la escala de tiempo.

Capítulo 2

El Ciclo del Agua en el Ambiente Urbano

2.1 Introducción

Las cuencas urbanas y las redes de drenaje no son sólo superficies impermeables y canales o conductos a construir. El conocimiento del flujo que circula por ellos constituye a menudo una ayuda indispensable para la toma de decisiones en lo concerniente a planificación urbana, diagnóstico de funcionamiento de redes, diseño de sistemas de drenaje y problemas de gestión.

El conocimiento del ciclo del agua en el ambiente urbano se ha mejorado y refinado en los últimos 30 años, con la puesta a punto de nuevos instrumentos de medición y el desarrollo de herramientas de análisis potentes. Ese conocimiento ha sido puesto a disposición de numerosas comunidades urbanas en la búsqueda de soluciones a sus problemas de drenaje. A cambio, las necesidades de esas comunidades han permitido definir nuevos ejes de investigación e identificar las áreas sobre las cuales profundizar el conocimiento.

2.2 Precipitación y escurrimiento

A continuación se definen algunos conceptos que permiten cuantificar los procesos de precipitación y escurrimiento, así como la relación entre las funciones de entrada y salida de agua del ambiente urbano.

Hietogramas: son funciones que representan la lámina o intensidad de lluvia en función del tiempo en un punto dado de la cuenca o valores areales para toda la cuenca.

Lámina precipitada: representa la integración temporal de la intensidad de lluvia.

El concepto de lámina precipitada tiene la ventaja de expresar la lluvia como un volumen de agua que cae sobre la cuenca, expresado como una altura de agua equivalente durante una cierta duración. Esta lámina de agua precipitada varía con el tiempo en el transcurso de la precipitación.

Cuando tiene lugar un evento lluvioso se puede observar un caudal que se desplaza hacia la salida de la cuenca y cuyo valor es función de la precipitación y de las características geométricas e hidráulicas de la cuenca y de la red de drenaje. Si se mide el caudal a la salida se puede, como con la lluvia, trazar la curva que representa su evolución en el tiempo y que se denomina *hidrograma*.

El desfase temporal entre la máxima intensidad de la precipitación y el máximo caudal medido a la salida de la cuenca se denomina *tiempo de respuesta de la cuenca*. La conceptualización de la transformación del hietograma de precipitación en un hidrograma a la salida de la cuenca se llama *transformación precipitación-esorrentía*.

Las superficies impermeables directamente conectadas al sistema de drenaje pluvial juegan un rol importante sobre el valor del caudal máximo y sobre su tiempo de llegada a la salida de la cuenca. Es lo que se llama *reacción de la cuenca*. Ella depende esencialmente de su densidad y tipo de urbanización.

A la salida de las distintas subcuencas urbanas, el agua pluvial se vierte dentro de la red de drenaje. Las consecuencias aguas abajo de la red dependerán fuertemente de la reacción de cada subcuenca, sobre todo cuando el caudal a la salida de una subcuenca se superpone con el de otra subcuenca.

Cada precipitación puede generar un escurrimiento diferente. Dos lluvias de volúmenes idénticos pero de distinta intensidad, que precipitan sobre una cuenca bajo las mismas condiciones antecedentes, pueden producir caudales y tiempos de respuesta diferentes. Estos caudales pueden tener entonces consecuencias distintas sobre el funcionamiento de una red de drenaje pluvial.

Según la naturaleza de la superficie sobre la cual la lluvia precipita, una parte del agua caída se infiltra en el suelo, si la superficie es permeable (campos, jardines, parques, etc.), o escurrir si la superficie es impermeable (techos, calzadas, aceras, etc.).

La medición y modelización permiten conocer, simular y prever el impacto de una precipitación dada sobre una cuenca. Este conocimiento puede ser utilizado para establecer las contribuciones de cada subcuenca al escurrimiento de la red.

Los modelos matemáticos de simulación permiten, además, evaluar los efectos de eventuales cambios en la cuenca, como por ejemplo un aumento de la superficie impermeable o el uso de técnicas alternativas de manejo como calzadas porosas, cuencos de retención, etc. Este conocimiento permite tomar decisiones en el diseño, planificación y pronóstico de crecidas en áreas urbanas.

Respecto a la calidad de las aguas pluviales drenadas, el progreso tanto en materia de mediciones como de modelización ha permitido mejorar el concepto de polución. Las causas de la polución de las aguas pluviales cuando escurren sobre superficies urbanas son múltiples (Renard, 1987): poluentes atmosféricos provenientes de la actividad industrial y energética, de residuos de combustión de carburantes, de desgaste de neumáticos, de la

abrasión superficial, de productos químicos, de materiales utilizados en la construcción, de la erosión de las superficies naturales, de desechos vegetales, de abonos, de pesticidas, etc.

El conocimiento se está refinando a nivel de la caracterización de la polución. La producción de polución al momento de una cierta precipitación, su propagación sobre la cuenca, como también su impacto sobre el medio natural no son aún suficientemente bien conocidos (Henmain, 1983; Bujon y Herremans, 1987).

2.3 Esguimientos en la red de drenaje

Los caudales en una red de drenaje pluvial son muy variables en el tiempo y en el espacio debido a la heterogeneidad areal de las características geométricas e hidráulicas de la cuenca y a la variabilidad areal y temporal

de los eventos lluviosos. Los caudales provenientes de las distintas subcuencas que conforman una cuenca urbana entran al sistema de drenaje y se propagan hacia la o las salidas de la red. Ciertos fenómenos hidráulicos como sobrecargas o remansos tienen una fuerte influencia sobre la manera en que los caudales se propagan hacia aguas abajo. La hipótesis de régimen permanente y uniforme no permite tener en cuenta estos fenómenos.

Un colector de una red de drenaje pluvial actúa como un transformador del hidrograma de entrada desfasando su pico en el tiempo, atenuándolo y bajo ciertas condiciones deformándolo. El uso de modelos matemáticos permite traducir de forma adecuada estas nociones. En ciertos casos resulta necesario simular temporalmente el impacto de ciertas obras de almacenamiento situadas generalmente aguas arriba de la red de drenaje a fin de evaluar su influencia tanto aguas arriba como aguas abajo.

El conocimiento de los hidrogramas completos permite conocer no sólo los caudales máximos sino también el tiempo de llegada a los diferentes nodos de la red. El conocimiento del desfase del tiempo de llegada de los caudales máximos permite estimar

la necesidad de retardar y atenuar o no ciertos hidrogramas (por ejemplo a través del uso de cuencos de retención). Se puede también, mediante simulación bajo ciertas condiciones hipotéticas, juzgar las consecuencias aguas abajo de un aumento de la capacidad de evacuación de aguas arriba.

El conocimiento de sólo el caudal máximo es insuficiente cuando la duración de la propagación de los caudales es importante. En efecto, el caudal máximo de un hidrograma compuesto depende de las duraciones de propagación de los hidrogramas componentes y será a menudo muy diferente de la simple suma de caudales máximos.

La figura 2.1.a representa la composición de dos hidrogramas en el cual los caudales picos están desfasados un cierto tiempo. La figura 2.1.b muestra la composición de los mismos hidrogramas con sus caudales pico desfasados un tiempo mayor. Puede observarse que el hidrograma resultante tiene un caudal máximo que sólo puede ser determinado conociendo la duración de la propagación de los hidrogramas componentes.

2.4 Influencia desde aguas abajo

Los fenómenos de remanso pueden modificar las condiciones de escurrimiento en la red de drenaje. Ellos pueden provocar, por ejemplo, desbordamientos aún cuando el hidrograma entrante no sobrepase la capacidad máxima de conducción de la red. Estos fenómenos se manifiestan principalmente en redes de drenaje de baja pendiente, cuando los caudales de salida se vierten directamente a canales o cursos naturales con niveles de agua altos. Algunos modelos matemáticos permiten simular fenómenos de remanso y prever así los fenómenos descriptos anteriormente.

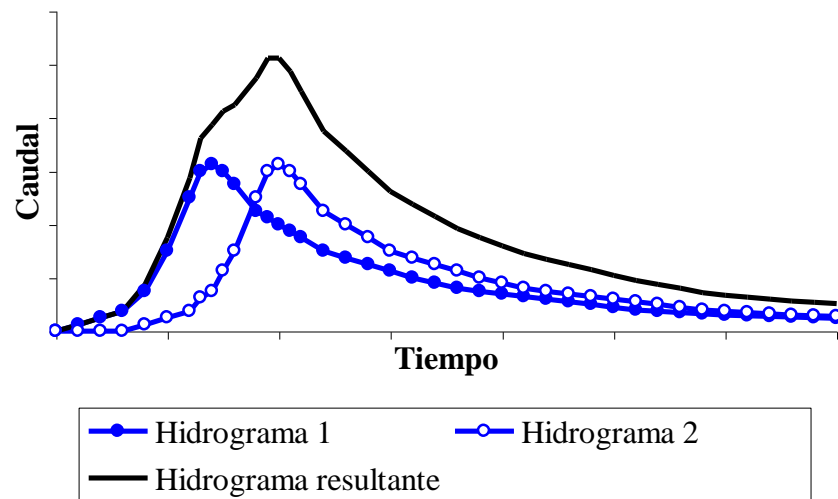


Figura 2.1.a - Hidrogramas componentes

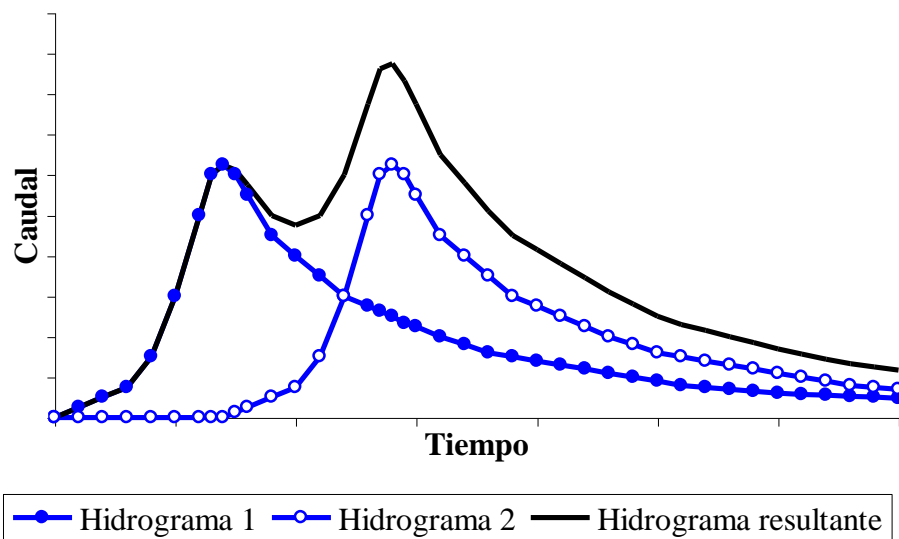


Figura 2.1.b - Hidrogramas componentes

2.5 Sobrecarga y desbordamientos de las redes de drenaje

La sobrecarga o flujo a presión de la red genera fenómenos complejos. La puesta en carga de la red modifica profundamente la propagación de los caudales, los que se vuelven casi instantáneos (Kovacs, 1988). Un aumento de la sección del colector aguas arriba para evitar desbordamientos tiene por efecto aumentar el caudal pico dirigido hacia aguas abajo.

Esto sólo provoca un traslado del problema ya que da lugar a desbordamientos aguas abajo que solo eran evitados por los anegamientos generados aguas arriba.

Ciertos modelos que posibilitan la simulación de sobrecarga y desbordamientos permiten testear y verificar los efectos sobre distintos tramos de la red y tomar en cuenta correctamente los caudales que se propagan efectivamente hacia aguas abajo cuando hay almacenamientos o pérdidas por desbordamiento aguas arriba.

2.6 Gestión de obras

La gestión de obras de redes de drenaje pluvial puede necesitar el conocimiento de ciertos fenómenos hidráulicos y/o hidrológicos, por ejemplo los fenómenos de remanso. El desconocimiento de este fenómeno se traduce en un desconocimiento cierto de los niveles de agua, lo que puede provocar un mal ajuste, por ejemplo, de la cota de cresta de un reservorio pudiendo generar:

- a) anegamientos, si el ajuste es alto y la estructura no permite la derivación de una cantidad suficientemente importante de flujo.
- b) descargas importantes al medio natural si el ajuste es bajo, pudiendo evitarse mediante un ajuste más refinado.

En ciertos casos, una estrategia de gestión de obras adecuada, como por ejemplo un cuenco de retención tendiente a retardar al máximo las aguas excedentes de un evento lluvioso, puede evitar satisfactoriamente anegamientos aguas abajo. La modelación de las redes de drenaje pluvial permite describir, comprender y conocer los fenómenos antes mencionados. El análisis de estos fenómenos es imprescindible para satisfacer convenientemente los objetivos de planificación urbana y gestión de las redes de drenaje.

Capítulo 3

Conceptos y Principios Hidrológicos e Hidráulicos Básicos

3.1 Introducción

Los procesos hidrológicos transforman la distribución espacial y temporal del agua a través del ciclo hidrológico. El movimiento del agua en un sistema hidrológico está influenciado por las propiedades físicas del sistema, tales como el tamaño y forma de sus líneas de corriente, y por la interacción del agua con otros medios como el aire, el suelo, el calor, etc. Diversas leyes físicas rigen el comportamiento de los sistemas hidrológicos (Chow, Maidment y Mais, 1988).

El propósito de este capítulo es discutir los principios hidráulicos básicos inherentes al funcionamiento de los sistemas de drenaje. El estudio y diseño de los distintos elementos que conforman un sistema de drenaje urbano se basan en los principios fundamentales del movimiento del agua en canales abiertos, conductos cerrados y otras estructuras hidráulicas especiales. En este capítulo el agua es considerada como un fluido newtoniano e

incompresible y se presentan los siguientes conceptos y principios básicos: clasificación del flujo, teorema de transporte o integral general del volumen de control, conservación de la masa, conservación de la energía y pérdidas de fricción.

3.2 Clasificación del flujo

La identificación del tipo de flujo es esencial ya que las ecuaciones que lo describen son a menudo desarrolladas para distintos tipos de flujo específicos. El flujo en un sistema de drenaje pluvial puede ser clasificado de varias formas, dependiendo de circunstancias particulares: laminar o turbulento, permanente o impermanente, gradualmente variado o rápidamente variado, flujo en canal abierto o en conducto cerrado, flujo escurriendo con superficie libre o a presión. El flujo es clasificado de acuerdo a ciertas propiedades que cambian con el tiempo y la distancia a lo largo del elemento de flujo.

3.2.1 Flujo permanente o impermanente

Se dice que el flujo está en régimen permanente cuando el tirante de agua, la velocidad o la descarga en un punto dado son invariantes en el tiempo, o bien, se puede asumir que se mantienen constantes durante el intervalo de tiempo considerado. Por el contrario, el flujo es impermanente cuando el tirante, la velocidad y la descarga cambian con el tiempo. Si la variación temporal de la condición del flujo es importante, el flujo deberá ser considerado como impermanente durante el período de lluvia-escorrentía. A menudo, este hecho es ignorado en el diseño de redes de drenaje basado sólo en caudales pico.

3.2.2 Flujo uniforme o no uniforme

Si el tirante de agua, la velocidad del flujo y el caudal se mantienen constantes con la distancia a lo largo del canal o conducto, se dice que el flujo es uniforme. Tanto la pendiente del canal como las pendientes del pelo de agua y de la línea de energía son iguales. El flujo no uniforme, en cambio, se caracteriza por la variación del tirante y de la velocidad con la distancia. A veces, estas variaciones se producen sobre longitudes considerables, de modo que el flujo no uniforme es denominado gradualmente variado. El flujo no uniforme rápidamente variado genera cambios bruscos en el tirante y la velocidad sobre distancias relativamente muy cortas.

3.2.3 Flujo en canales abiertos o en conductos cerrados

El flujo en canales abiertos tiene una superficie de agua libre. La pendiente se clasifica como hidráulicamente baja, crítica o fuerte, según que esa pendiente sea menor, igual, o mayor que la pendiente crítica calculada en función del tirante crítico, la rugosidad, y la descarga. El flujo en conductos cerrados puede escurrir a sección llena o parcialmente llena, dependiendo de que el caudal sea mayor o menor a la capacidad máxima de conducción del conducto. En el último caso, el conducto es considerado como un canal abierto. El flujo escurriendo a sección llena en un conducto está confinado sin una superficie libre y se lo denomina flujo a presión. En ese caso, la fuerza de gravedad gobierna aún el proceso, pero toda carga de presión adicional por encima del coronamiento del conducto deber ser contemplada.

3.2.4 Flujo laminar o turbulento

El flujo se puede clasificar de acuerdo a la naturaleza de las líneas de corriente y a la distribución de velocidades dentro de la sección del flujo, dependiendo de que las

fuerzas predominantes sean viscosas o inerciales. El efecto de la viscosidad frente a la inercia se puede representar a través del número adimensional de Reynolds, definido como:

$$\mathbf{R} = \frac{V R_h}{\nu} \quad (3.1)$$

donde V es la velocidad del flujo, R_h es el radio hidráulico y ν es la viscosidad cinemática del agua. El flujo laminar tiene lugar cuando las fuerzas viscosas son preponderantes, con número de Reynolds inferior a 500. Este tipo de flujo se desarrolla comúnmente en flujos superficiales de pequeño tirante, durante las primeras etapas del escurrimiento. El flujo en drenajes pluviales o en canales abiertos tiende a ser turbulento al menos durante el período del caudal pico, con número de Reynolds superior a 500.

3.2.5 Flujo subcrítico o supercrítico

El flujo en canales abiertos o conductos cerrados puede ser clasificado de acuerdo a su nivel de energía, representado por el número adimensional de Froude. Este número representa el efecto de la gravedad sobre el estado del flujo (Chow, 1959) y se define como:

$$\mathbf{F} = \frac{V}{\sqrt{g y}} \quad (3.2)$$

siendo V la velocidad del flujo, g la aceleración gravitatoria e y es el tirante hidráulico. El régimen subcrítico se caracteriza por tener baja velocidad y un tirante hidráulico alto, desarrollándose sobre pendientes suaves. Este régimen tiene números de Froude menores a 1. El régimen supercrítico tiene números de Froude superiores a 1 y se caracteriza por tener altas velocidades de escurrimiento, bajo tirante y se desarrolla sobre pendientes fuertes.

Cuando el número de Froude es igual a 1, el tirante hidráulico coincide con el tirante crítico. Esta clasificación resulta de interés para el diseño de drenajes pluviales.

El número de Froude representa la relación entre la velocidad media del flujo y la velocidad de propagación de una pequeña onda gravitatoria. Una onda gravitatoria se propagará tanto hacia aguas abajo como hacia aguas arriba en el flujo subcrítico, ya que la velocidad o celeridad de la onda es mayor que la velocidad del flujo, pero en el flujo supercrítico sólo puede propagarse hacia aguas abajo. El número de Froude permite determinar la dirección de cálculo de los perfiles de la superficie del pelo de agua y detectar la ocurrencia de resaltos hidráulicos dentro de un canal o conducto.

3.3 Teorema de Transporte de Reynolds

Un mecanismo consistente, necesario para el desarrollo de modelos que representen estos sistemas, es el teorema de transporte de Reynolds, conocido también como ecuación general de volumen de control. Dicho teorema se utiliza para desarrollar las ecuaciones de continuidad, cantidad de movimiento y energía.

Este teorema se basa en leyes físicas que normalmente se aplican a las masas discretas de una sustancia y las aplica a un fluido que circula continuamente a través de un volumen de control. Para ello se pueden considerar dos tipos de propiedades: propiedades extensivas del fluido, **B**, cuyos valores dependen de la cantidad de masa presente (como la masa, la cantidad de movimiento y la energía) y propiedades intensivas, **b**, que son independientes de la masa (Graft y Altinakar, 1995). La relación entre una propiedad intensiva **b** y la propiedad extensiva **B** que le corresponde está definida por la expresión:

$$\mathbf{b} = \frac{d\mathbf{B}}{dm} \quad (3.3)$$

donde la propiedad intensiva \mathbf{b} es la cantidad de propiedad extensiva \mathbf{B} por unidad de masa. Las propiedades \mathbf{b} y \mathbf{B} pueden ser tanto cantidades escalares como vectoriales, dependiendo de la propiedad que se analice.

El teorema de transporte de Reynolds relaciona la tasa de variación temporal de la propiedad extensiva del fluido, $\frac{d\mathbf{B}}{dt}$ con las causas externas que producen esa variación.

Cuando se aplica la segunda ley de Newton a un cuerpo sólido, el interés reside en el movimiento del cuerpo y la trayectoria que este sigue. Esto se conoce como *teoría lagrangiana* del movimiento. Aunque este concepto se aplica a fluidos, es más usual considerar al fluido como un continuo en el cual no se sigue el movimiento de partículas individuales. El interés reside en como pasa el fluido por un volumen de control fijo en el espacio. Esto se conoce como *teoría euleriana* del movimiento.

Para determinar la ecuación del Teorema de Transporte, se considera un volumen de control \forall como el mostrado en la figura 3.1 (línea continua). Si consideramos un elemento diferencial de volumen $d\forall$, la masa de ese elemento es $dm = \rho d\forall$, siendo ρ la densidad del fluido. La cantidad de propiedad extensiva \mathbf{B} contenida en el elemento de fluido es:

$$d\mathbf{B} = \mathbf{b} dm = \mathbf{b} \rho d\forall \quad (3.4)$$

La cantidad total de propiedad extensiva dentro de cualquier volumen es:

$$\mathbf{B} = \iiint \mathbf{b} \rho d\forall \quad (3.5)$$

donde \iiint indica integración a través de un volumen.

Después de un pequeño intervalo de tiempo Δt , la masa de fluido dentro del volumen de control en el tiempo t se habrá desplazado y ocupado el espacio delineado con trazo punteado.

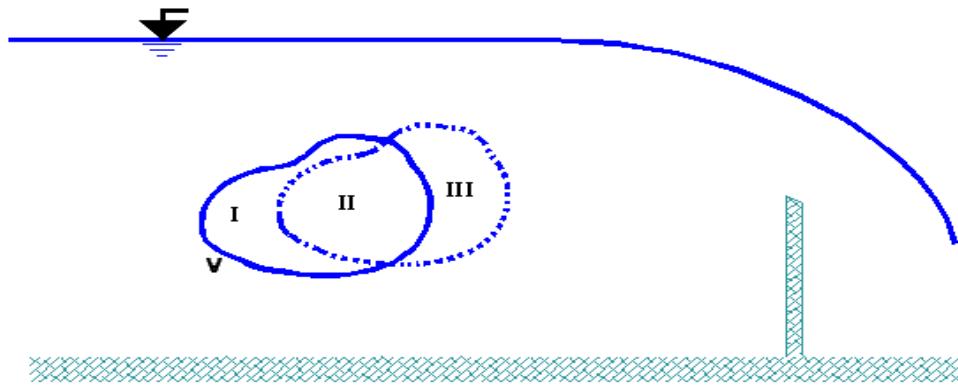


Figura 3.1 – Volumen de control del fluido

Pueden distinguirse tres zonas del espacio: I, la cual es ocupada por la masa del fluido en el tiempo t pero no en $t+\Delta t$, II, la cual es ocupada por la masa en ambos instantes t y $t+\Delta t$, y III fuera del volumen de control, que la masa ocupa en el tiempo $t+\Delta t$ pero no en t . Para la masa de fluido dentro del volumen de control en el tiempo t , la tasa de cambio de la propiedad extensiva puede definirse por:

$$\frac{d\mathbf{B}}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} [(\mathbf{B}_{\text{II}} + \mathbf{B}_{\text{III}})_{t+\Delta t} - (\mathbf{B}_{\text{I}} + \mathbf{B}_{\text{II}})_t] \quad (3.6)$$

donde los subíndices t y $t+\Delta t$ se utilizan para indicar las cantidades respectivas de propiedad \mathbf{B} en esos dos intervalos de tiempo. Reordenando la ecuación (3.6) se tiene:

$$\frac{d\mathbf{B}}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left\{ \frac{1}{\Delta t} [(\mathbf{B}_{\text{II}})_{t+\Delta t} - (\mathbf{B}_{\text{II}})_t] + \frac{1}{\Delta t} [(\mathbf{B}_{\text{III}})_{t+\Delta t} - (\mathbf{B}_{\text{I}})_t] \right\} \quad (3.7)$$

A medida que Δt tiende a cero la región II tiende a coincidir con el volumen de control y el primer término de la ecuación (3.7) tiende a la derivada temporal de \mathbf{B} dentro del volumen de control:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} [(\mathbf{B}_{\text{II}})_{t+\Delta t} - (\mathbf{B}_{\text{II}})_t] = \frac{d}{dt} \iiint \mathbf{b} \rho dV \quad (3.8)$$

El segundo término de la ecuación (3.7) representa el flujo de la propiedad extensiva a través de la superficie de control que contiene al volumen de control.

Considerando un elemento de área dA a la salida de la superficie de control en la zona III (figura 3.2), el volumen que contiene todo el fluido que pasa a través de dA en el intervalo Δt es el volumen diferencial $d\forall$ cuya longitud está dada por $\Delta l = V \Delta t$, que es la longitud de la línea de corriente en el tiempo Δt . El volumen infinitesimal resulta ser:

$$d\forall = \Delta l \cos\theta dA \quad (3.9)$$

Siendo θ el ángulo entre el vector velocidad V y la dirección normal al elemento de área dA . La cantidad de propiedad \mathbf{B} en ese volumen diferencial es:

$$\mathbf{b}\rho d\forall = \mathbf{b}\rho \Delta l \cos\theta dA \quad (3.10)$$

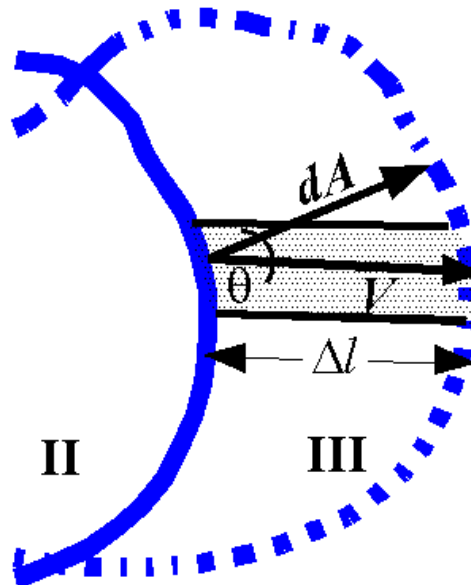


Figura 3.2 – Volumen de control del flujo: vista ampliada de la región de salida

La cantidad de propiedad extensiva \mathbf{B} en la zona III resulta:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left\{ \frac{1}{\Delta t} (\mathbf{B}_{\text{III}})_{t+\Delta t} \right\} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\iint \mathbf{b}\rho \Delta l \cos\theta dA}{\Delta t} \quad (3.11)$$

donde la integral doble \iint indica la integral a través de la superficie de control. Resulta

además que $\frac{\Delta l \cos\theta dA}{\Delta t}$ es igual al producto interno $\mathbf{V} \cdot d\mathbf{A}$, de modo que la ecuación (3.11)

se puede reescribir como:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left\{ \frac{1}{\Delta t} (\mathbf{B}_{\text{III}})_{t+\Delta t} \right\} = \iint_{\text{III}} \mathbf{b}\rho \mathbf{V} \cdot d\mathbf{A} \quad (3.12)$$

Un análisis idéntico se puede hacer para el flujo entrante en el volumen de control en la región I (figura 3.3). En este caso, $\cos\theta$ es negativo, por lo cual:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left\{ \frac{1}{\Delta t} (\mathbf{B}_{\text{I}})_t \right\} = -\iint_{\text{I}} \mathbf{b}\rho \mathbf{V} \cdot d\mathbf{A} \quad (3.13)$$

Sustituyendo las ecuaciones (3.8), (3.12) y (3.13) en la ecuación (3.7) se obtiene:

$$\frac{d\mathbf{B}}{dt} = \frac{d}{dt} \iiint \mathbf{b}\rho dV + \iint_{\text{III}} \mathbf{b}\rho \mathbf{V} \cdot d\mathbf{A} - \iint_{\text{I}} \mathbf{b}\rho \mathbf{V} \cdot d\mathbf{A} \quad (3.14)$$

La suma de las integrales dobles de la ecuación (3.14) representa el flujo neto de la propiedad extensiva \mathbf{B} a través de la superficie de control, por lo cual la ecuación (3.14) se expresa:

$$\frac{d\mathbf{B}}{dt} = \frac{d}{dt} \iiint \mathbf{b}\rho dV + \iint_{\text{s.c.}} \mathbf{b}\rho \mathbf{V} \cdot d\mathbf{A} \quad (3.15)$$

La ecuación (3.15) es la que rige el teorema del transporte de Reynolds y establece que la tasa de variación de una propiedad extensiva de un fluido es igual a la tasa de variación de la propiedad extensiva almacenada en el volumen de control más el flujo neto de la propiedad extensiva a través de la superficie de control. Hay que tener presente que los flujos de entrada se consideran negativos y los de salida positivos.

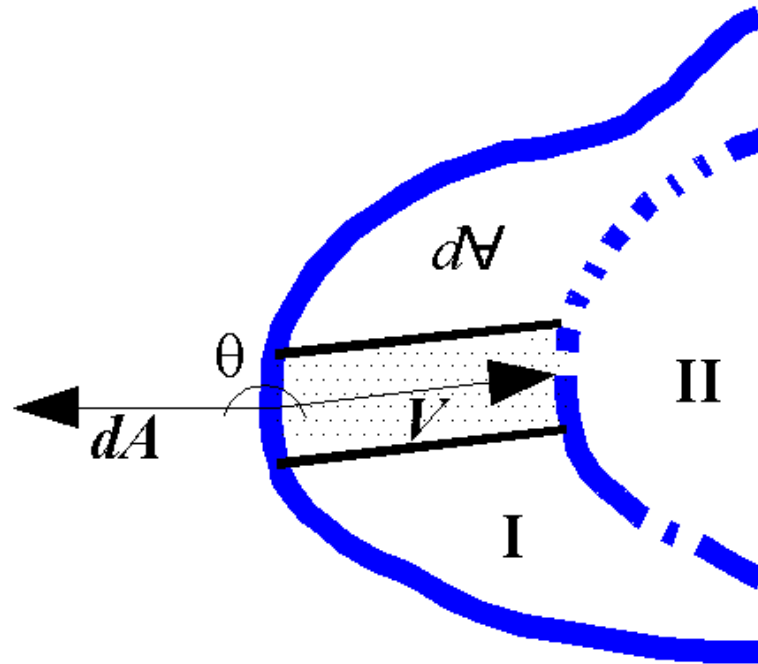


Figura 3.3 - Volumen de control del flujo: vista ampliada de la región de entrada

Esta ecuación permite obtener las ecuaciones de continuidad, cantidad de movimiento y energía para procesos hidrológicos.

3.4 Ecuación integral de continuidad

Las ecuaciones de continuidad expresan el principio de conservación de la masa. La ecuación de continuidad obtenida para un volumen de fluido a partir del teorema de transporte de Reynolds se denomina *ecuación de continuidad integral* (Chow, Maidment y Mais, 1988).

Si en el teorema de transporte de Reynolds se considera a la masa como la propiedad extensiva entonces resulta que: $\mathbf{B} = m$ y $\mathbf{b} = \frac{d\mathbf{B}}{dm} = 1$. La ley de conservación de

la masa establece que la masa no se crea ni se destruye, por lo cual $\frac{d\mathbf{B}}{dt} = \frac{dm}{dt} = 0$.

Sustituyendo en el teorema de Reynolds se tiene:

$$0 = \frac{d}{dt} \iiint_{v.c.} \rho d\forall + \iint_{s.c.} \rho \mathbf{V} \cdot d\mathbf{A} \quad (3.16)$$

que es la ecuación de continuidad integral para un flujo no permanente de densidad ρ variable. Si la densidad es constante resulta:

$$\frac{d}{dt} \iiint_{v.c.} d\forall + \iint_{s.c.} \mathbf{V} \cdot d\mathbf{A} = 0 \quad (3.17)$$

La ecuación (3.17) es la ecuación de continuidad integral para un flujo permanente.

3.5 Ecuación integral de cantidad de movimiento

Si se aplica el teorema de transporte de Reynolds a la cantidad de movimiento de un fluido, la propiedad extensiva es $\mathbf{B} = m\mathbf{V}$ y $\mathbf{b} = \frac{d\mathbf{B}}{dm} = \mathbf{V}$.

La segunda ley de Newton establece que la tasa de variación de la cantidad de movimiento respecto al tiempo es igual a la fuerza neta que se aplica en una dirección dada, entonces $\frac{d\mathbf{B}}{dt} = \frac{d(m\mathbf{V})}{dt} = \Sigma F$. Sustituyendo en la ecuación (3.15) se obtiene:

$$\Sigma F = \frac{d}{dt} \iiint_{v.c.} V\rho d\forall + \iint_{s.c.} V\rho \mathbf{V} \cdot d\mathbf{A} \quad (3.18)$$

Esta ecuación es la ecuación integral de cantidad de movimiento. Si el flujo es permanente (invariante en el tiempo) la ecuación (3.18) se reduce a:

$$\Sigma F = \iint_{s.c.} V\rho \mathbf{V} \cdot d\mathbf{A} \quad (3.19)$$

3.6 Balance de energía

El balance de energía en un sistema hidrológico-hidráulico es el cómputo de todas las entradas y salidas de energía hacia y desde el sistema, considerando la tasa de cambio de almacenamiento como la diferencia entre las tasas de entrada y salida. En el teorema

básico de transporte de Reynolds, la propiedad extensiva es la cantidad de energía en el sistema fluido. La cantidad de energía total es la suma de la energía interna, la energía cinética y la energía potencial. De modo que la energía total resulta ser (Chow, Maidment y Mais, 1988):

$$\mathbf{B} = E = E_u + \frac{1}{2}mV^2 + mgz \quad (3.20)$$

donde E es la energía total, E_u la energía interna, m es la masa del fluido, V es la velocidad, g es la aceleración gravitatoria y z es la elevación.

La propiedad intensiva resulta ser:

$$\mathbf{b} = \frac{d\mathbf{B}}{dm} = e_u + \frac{1}{2}V^2 + gz \quad (3.21)$$

siendo e_u la energía interna por unidad de masa.

Si se aplica la primera ley de la termodinámica, la tasa neta de transferencia de energía hacia el fluido $\frac{dE}{dt}$ es igual a la tasa a la cual se transfiere el calor al fluido, $\frac{dH}{dt}$,

menos la tasa a la cual el fluido hace trabajo sobre sus adyacencias, $\frac{dW}{dt}$:

$$\frac{d\mathbf{B}}{dt} = \frac{dE}{dt} = \frac{dH}{dt} - \frac{dW}{dt} \quad (3.22)$$

Sustituyendo en la ecuación integral de transporte resulta:

$$\frac{dH}{dt} - \frac{dW}{dt} = \frac{d}{dt} \iiint_{v.c.} \left(e_u + \frac{1}{2}V^2 + gz \right) \rho d\forall + \iint_{s.c.} \left(e_u + \frac{1}{2}V^2 + gz \right) \rho \mathbf{V} \cdot d\mathbf{A} \quad (3.23)$$

La ecuación (3.23) se denomina ecuación de balance de energía y corresponde para un flujo no permanente de densidad variable.

El principio de conservación de la energía establece que en un flujo ideal sin fuentes ni sumideros de energía externos, la energía total no cambia a lo largo del flujo,

sino que lo que cambia es sólo su distribución entre los distintos componentes de la energía. De modo que la energía siempre se conserva, sólo se transforma.

La energía total en un punto sobre una línea de corriente de un flujo en un canal o conducto cerrado, E , es:

$$E = z + y + \frac{p}{\gamma} + \frac{V^2}{2g} \quad (3.24)$$

donde z es la elevación de un punto referido a un plano de referencia arbitrario, y es el tirante entre la elevación y la línea de corriente, p es la presión del fluido sobre la línea de corriente, γ es el peso específico del fluido, V es la velocidad de la línea de corriente y g es la aceleración gravitatoria. El término $\frac{p}{\gamma}$ se conoce como carga de presión, h_p . Igualmente, el término $\frac{V^2}{2g}$ es la energía cinética y se lo denomina carga de velocidad, h_v .

Dado que z e y se pueden referenciar a cualquier línea de corriente, a veces resulta conveniente para flujos en conductos cerrados considerar z como la elevación de la línea central del conducto e y igual a cero (figura 3.4).

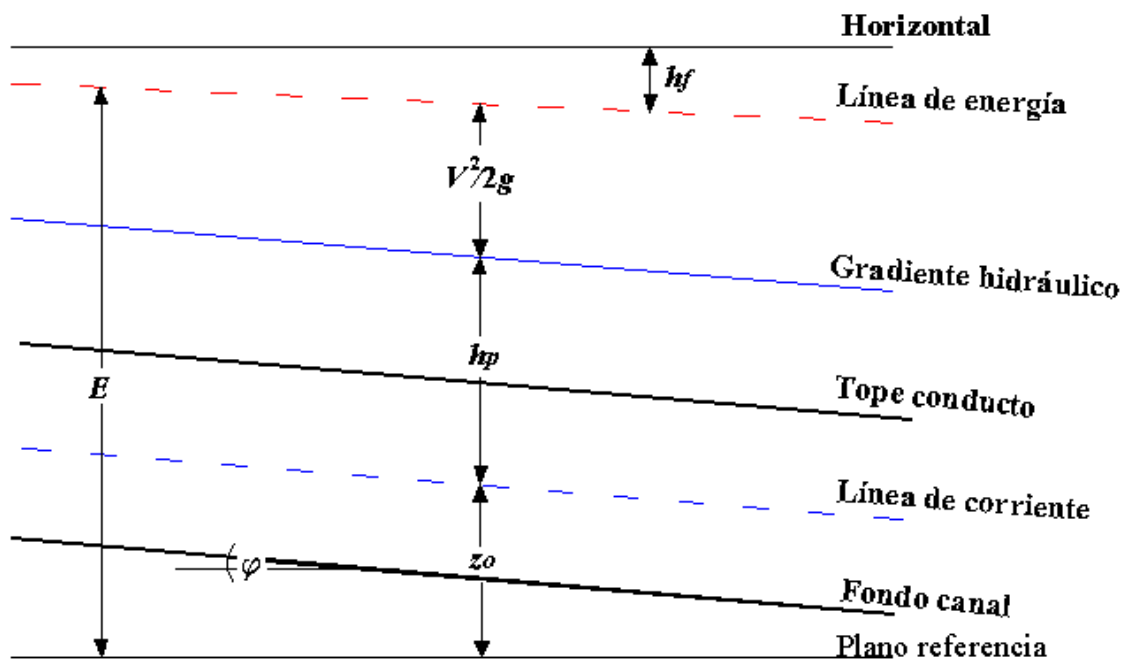


Figura 3.4 - Balance de energía para flujo a presión

Por lo tanto, para flujo a presión la ecuación (3.24) se escribe:

$$E = z_0 + h_p + \frac{V^2}{2g} \quad (3.25)$$

donde z_0 es la elevación de la línea central o eje axial del conducto.

Para canales abiertos, es conveniente considerar a z igual a la elevación del fondo del canal, z_f , y considerar el tirante d (figura 3.5). En consecuencia el término p/γ es cero. Siendo d el tirante de agua (normal al fondo del canal) y φ el ángulo que forma el fondo del canal con la horizontal, la ecuación (3.24) se puede escribir entonces:

$$E = z_f + d \cos\varphi + \frac{V^2}{2g} \quad (3.26)$$

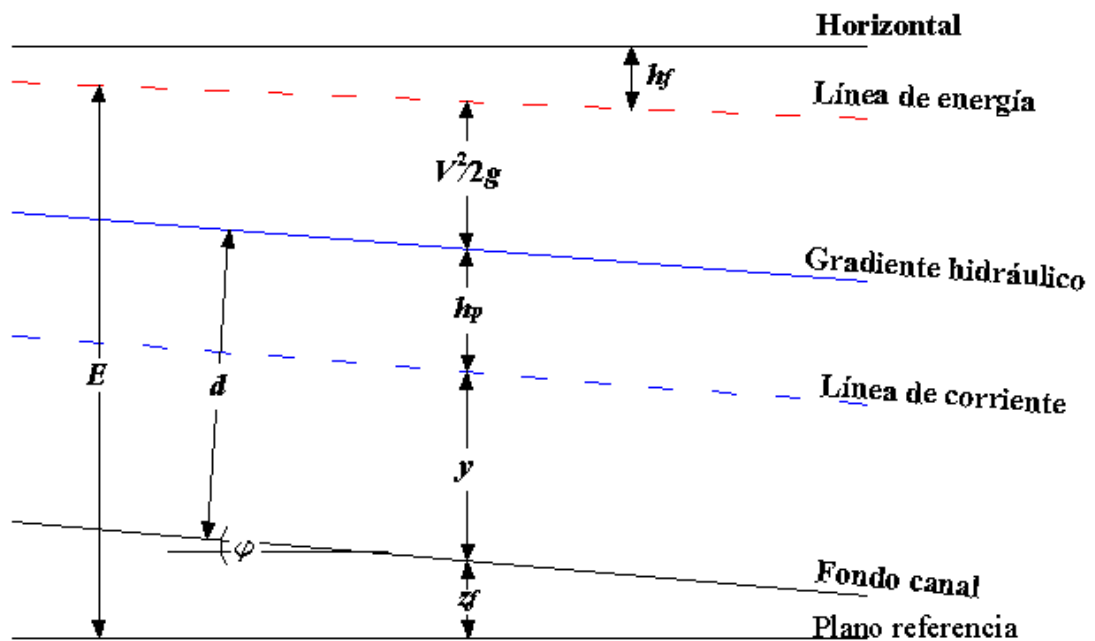


Figura 3.5 - Balance de energía para canales abiertos

La ecuación (3.26) corresponde a una sección normal a las líneas de corriente del flujo con distribución de presión hidrostática. V es la velocidad media en la sección, obtenida como Q/A .

En canales naturales con planicies de inundación o en canales artificiales complejos, la carga de velocidades se debe multiplicar por un factor de distribución de

velocidades, α , para tener en cuenta la variación de velocidades en cada tramo de la sección transversal. La ecuación (3.26) resulta:

$$E = z_f + d \cos \varphi + \alpha \frac{V^2}{2g} \quad (3.27)$$

Si se considera un tramo de canal entre dos secciones 1 y 2, de acuerdo al principio de conservación de la energía, la carga total de energía en la sección de aguas arriba 1, debe ser igual a la carga de energía en la sección de aguas abajo 2, más la pérdida de carga h_f , entre las dos secciones. O sea:

$$z_{f_1} + d_1 \cos \varphi + \alpha \frac{V_1^2}{2g} = z_{f_2} + d_2 \cos \varphi + \alpha \frac{V_2^2}{2g} + h_f \quad (3.28)$$

Para canales de pequeña pendiente ($\varphi \cong 0$), la ecuación (3.28) resulta:

$$z_{f_1} + y_1 + \alpha \frac{V_1^2}{2g} = z_{f_2} + y_2 + \alpha \frac{V_2^2}{2g} + h_f \quad (3.29)$$

La pérdida de carga h_f , incluye tanto las pérdidas mayores, debidas a la fricción del agua sobre las paredes y el fondo del canal o conducto, así como las pérdidas menores, debidas a los cambios de forma y que incluye las pérdidas en entradas, en contracciones, expansiones, en uniones, en salidas, codos y en cámaras de inspección. Tanto la ecuación (3.28) como la ecuación (3.29) se conocen como ecuación de energía o ecuación de Bernoulli.

3.7 Energía específica

La energía específica en una sección de canal se define como la energía por unidad de peso de agua, medida respecto al fondo del canal. De esta forma la ecuación (3.27) resulta:

$$E = d \cos \varphi + \alpha \frac{V^2}{2g} \quad (3.30)$$

Para canales regulares de pequeña pendiente ($\varphi \cong 0$) y $\alpha = 1$:

$$E = y + \frac{V^2}{2g} \quad (3.31)$$

El gráfico de energía específica respecto al tirante de agua es una curva como la que se muestra en la figura 3.6. El tirante correspondiente a la mínima energía específica se define como tirante crítico, y_c . La región por encima del tirante crítico se conoce como zona de flujo subcrítico y la región por debajo como zona de flujo supercrítico.

Cualquier línea vertical que atravesase la curva de energía específica para una energía mayor a la energía específica mínima, cortará a la curva en dos puntos, uno correspondiente a un tirante superior al tirante crítico (régimen subcrítico) y otro correspondiente a un tirante inferior al crítico (régimen supercrítico). Estos dos tirantes se denominan tirantes alternados.

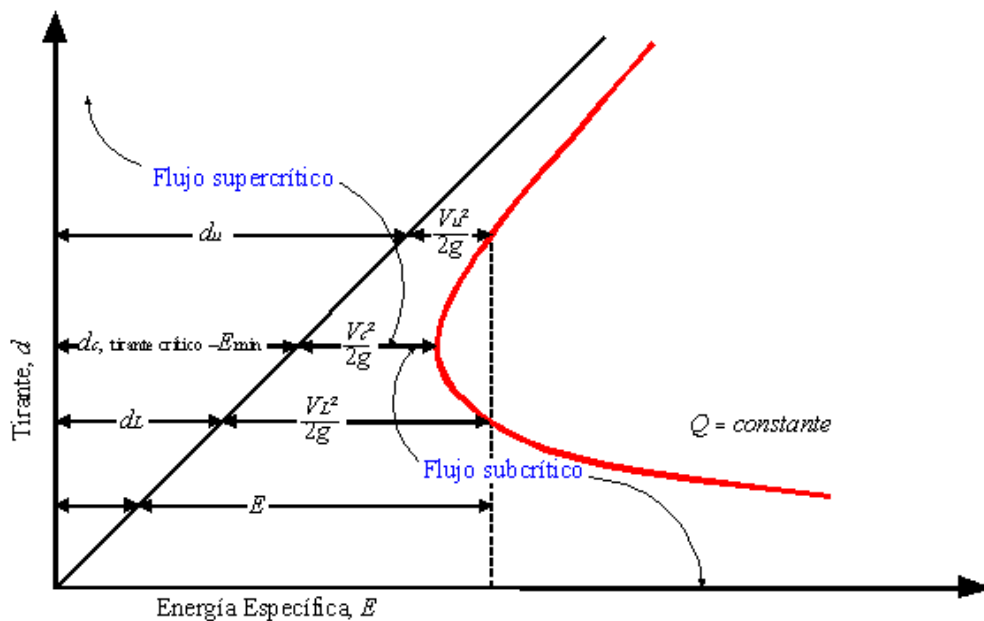


Figura 3.6 – Energía específica

La nariz de la curva cerca del tirante crítico puede ser puntiaguda o achatada, dependiendo de la forma de la sección transversal. Si tiende a ser achatada para una cierta situación, la superficie del pelo de agua será inestable cuando los tirantes estén dentro del 10-15 por ciento del tirante crítico (ASCE, 1992). Esto se debe a un leve cambio de energía, pudiendo estar acompañado por grandes fluctuaciones en uno u otro tirante alternado.

Cuando el tirante del flujo es crítico la energía específica es mínima y el número de Froude es igual a uno. Si el número de Froude es menor a uno, el flujo es subcrítico. Por el contrario, si el número es mayor a uno, el flujo es supercrítico.

3.8 Tirante normal

Se define así al tirante resultante del flujo uniforme para un caudal constante, donde las fuerzas de gravedad y de fricción están en equilibrio. En el tirante normal, y_n , las pendientes de fondo del canal, del pelo de agua y de la línea de energía son iguales y paralelas.

El tirante normal es una función del caudal, del tamaño, forma y pendiente del canal y de la resistencia friccional al flujo. Su valor puede ser determinado mediante aproximaciones por prueba y error utilizando alguna fórmula del flujo uniforme como por ejemplo la ecuación de Manning-Strickler:

$$V = \frac{1}{n} R_h^{2/3} S_o^{1/2} \quad (3.32)$$

donde V es la velocidad media del flujo en la sección, R_h es el radio hidráulico del flujo, S_o es la pendiente del canal o conducto y n es el coeficiente de rugosidad.

El tirante normal puede ser obtenido de tablas como las de Brater y King (1976) o French (1985), de curvas como las de Chow (1959), mediante nomogramas como los del FHWA (1961) o alguna fórmula de flujo uniforme.

3.9 Perfiles de la superficie del pelo de agua

Para el flujo gradualmente variado se asume que:

- a) La pendiente de la línea de energía es la misma que para el flujo uniforme, con la misma velocidad y radio hidráulico.
- b) La curvatura vertical de las líneas de corriente es despreciable, asumiendo que la presión es hidrostática.
- c) El canal o conducto mantiene su forma, alineación y pendiente constantes a lo largo del tramo.

El flujo rápidamente variado tiene lugar cuando ocurren cambios bruscos o transiciones abruptas, como los flujos sobre vertederos o bajo compuertas. El resalto hidráulico quizás sea el mejor ejemplo en drenaje urbano. En el flujo rápidamente variado se asume que:

- a) La curvatura vertical de las líneas de corriente no es despreciable, de modo que la distribución de la presión no es hidrostática.
- b) Una variación rápida de la velocidad y del tirante del flujo tiene lugar en un tramo relativamente corto del canal.
- c) Pueden producirse zonas de separación o remolinos del flujo que pueden perturbar los patrones de flujo o distorsionar la distribución de velocidades.

La identificación de perfiles de la superficie de agua en el flujo gradualmente variado se obtiene a través de las magnitudes o valores relativos del tirante real del flujo, y ,

del tirante normal, y_n , y del tirante crítico, y_c , como también de la ubicación de las secciones de control.

Los perfiles de la superficie de agua se caracterizan por alguno de los siguientes tipos de pendientes del canal:

Suave: $y_n > y_c$

Crítica: $y_n = y_c$

Fuerte: $y_n < y_c$

Horizontal: y_n no existe

Adversa: y_n no existe

Los perfiles se caracterizan también por la ubicación del tirante real respecto al tirante normal y al tirante crítico, de acuerdo a las siguientes zonas:

zona 1: el tirante es mayor a los tirantes normal y crítico.

zona 2: el tirante se ubica entre los tirantes normal y crítico.

zona 3: el tirante es menor a los tirantes normal y crítico.

La identificación preliminar del tipo de perfil del pelo de agua es un paso importante para el cálculo de los niveles de agua en un canal o desagüe de drenaje. La determinación del perfil del pelo de agua sigue el siguiente procedimiento:

- a) Establecer los datos hidráulicos básicos para cada segmento de canal o conducto, incluyendo pendiente, ancho, pendientes laterales, rugosidad, descarga.
- b) Ubicar las secciones de control donde el flujo es una función unívoca del tirante, tales como caídas de agua o crestas de vertederos.
- c) Determinar los tirantes normales y crítico para cada segmento de canal y volcarlos en un gráfico del perfil.

- d) Colocar en el gráfico las secciones de control y esbozar los posibles perfiles del pelo de agua teniendo en cuenta que la transición de flujo supercrítico a subcrítico solo es posible mediante un resalto hidráulico.
- e) El cómputo de los niveles de la superficie de agua se hace aplicando la ecuación de energía a secciones particulares del canal aguas arriba y aguas abajo de la sección de control.

El cálculo del perfil del pelo de agua se hace partiendo hacia aguas arriba o hacia aguas abajo desde la sección de control. Una sección de control es cualquier sección de un canal donde el tirante del flujo es conocido. Si el flujo aguas arriba de una sección de control es subcrítico, entonces el cálculo del perfil del pelo de agua progresará hacia aguas arriba desde la sección de control. Si el flujo aguas abajo de la sección de control es supercrítico, el cálculo del perfil progresará hacia aguas abajo desde la sección de control. Si la pendiente de un canal por el cual escurre un flujo cambia de hidráulicamente fuerte a suave, entonces tendrá lugar un resalto hidráulico.

3.10 Resalto hidráulico

El resalto hidráulico es un fenómeno de flujo rápidamente variado, donde el flujo cambia abruptamente de régimen supercrítico ($y < y_c$) a subcrítico ($y > y_c$). El tirante antes del resalto se denomina tirante inicial, mientras que el tirante posterior al resalto se llama tirante seciente. La figura 3.7 ejemplifica un resalto hidráulico.

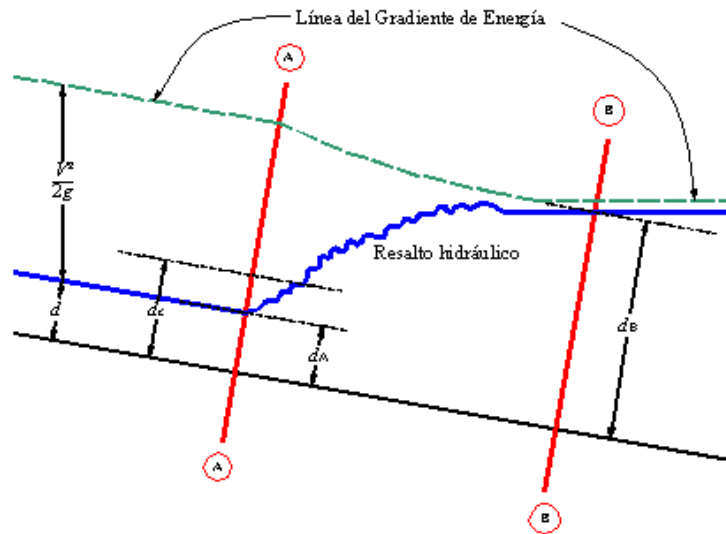


Figura 3.7 - Resalto hidráulico

El resalto hidráulico se puede emplear como un dispositivo disipador de energía, (por ejemplo, un conducto de drenaje de fuerte pendiente que entra a un conducto más grande en una unión) para evitar velocidades erosivas en canales excavados. El análisis de los resaltos tienen en general tres pasos: a) se determina la ubicación del resalto, b) se deben calcular los tirantes inicial y seciente y c) se calcula la pérdida de energía disipada por el resalto, que es un dato de interés para el diseño.

Un resalto hidráulico se formará en el canal si el número de Froude al inicio del resalto y los tirantes de aguas arriba y aguas abajo satisfacen la ecuación (Chow, 1959):

$$\frac{d_B}{d_A} = 0.5 \left[(1 + 8F_A^2)^{1/2} - 1 \right] \quad (3.33)$$

donde d_A y d_B son los tirantes inicial y seciente del resalto en las secciones A y B de la figura 3.7. F_A es el número de Froude en la sección de aguas arriba del resalto. La energía disipada en el resalto, E_d , se obtiene como diferencia de la energía específica antes y después del resalto. Se puede demostrar que es (Chow, 1959; ASCE, 1992):

$$E_d = E_A - E_B = \frac{(y_B - y_A)^3}{4y_A y_B} \quad (3.34)$$

Ecuaciones similares a (3.33) y (3.34) pueden obtenerse del principio de conservación de la energía para distintas formas geométricas de la sección transversal.

3.11 Pérdidas por fricción

La mayor pérdida de energía en canales y conductos es originada por la fricción del flujo sobre las paredes de la conducción. La pérdida de carga debida a la fricción se puede calcular de la definición general:

$$h_f = L S_f \quad (3.35)$$

donde h_f es la pérdida de carga debida a la fricción, L es la longitud del canal o conducto y S_f es la pendiente de fricción para la longitud L . La pendiente de fricción, S_f , puede obtenerse de las fórmulas de fricción, desarrolladas para el flujo uniforme y gradualmente variado. Dentro del régimen turbulento hay tres subclases o rangos: liso, de transición y rugoso, que se basan en comparar el espesor de la subcapa viscosa con el tamaño de la rugosidad. Esta subclasificación resulta de interés ya que algunas fórmulas de flujo uniforme, tales como la ecuación de Manning-Strickler son consideradas más apropiadas para el subrango rugoso, mientras que otras, como las de Hazen-Williams o las de Colebrook-White son más apropiadas para los subrangos liso y de transición, respectivamente (ASCE, 1992).

La fórmula de Hazen-Williams puede ser usada cuando se verifican las condiciones:

$$\frac{V_f(K)}{\nu} < 3 \quad \text{y} \quad \frac{V_m(R_h)}{\nu} > 30000 \quad (3.36)$$

siendo V_f la velocidad de corte o fricción, K es un coeficiente de resistencia equivalente a la rugosidad de la arena, ν es la viscosidad cinemática, V_m es la velocidad media del flujo, R_h es el radio hidráulico.

Christensen (1985) sugiere que la ecuación de Manning es válida cuando:

$$\frac{V_f(K)}{\nu} > 3 \quad \text{y} \quad 5 < \frac{R_h}{K} < 300 \quad (3.37)$$

Según French (1985) el flujo es completamente rugoso y se aplica la ecuación de Manning cuando:

$$n^6 (R_h S_f)^{1/2} \geq 1.9 \times 10^{-3} \quad (3.38)$$

siendo n el coeficiente de rugosidad de Manning.

La fórmula de Hazen-Williams para flujo en conducto es:

$$V = 0.85 C_H R_h^{0.63} S_f^{0.54} \quad (3.39)$$

de donde:

$$S_f = \left(\frac{V}{0.85 C_H R_h^{0.63}} \right)^{1.852} \quad (3.40)$$

C_H es el coeficiente de Hazen-Williams.

La ecuación de Darcy-Weisbach se desarrolló primeramente para flujo en conductos:

$$h_f = C_f \frac{L V^2}{\phi 2g} \quad (3.41)$$

donde C_f es un factor de fricción, ϕ es el diámetro del conducto y L es la longitud del conducto.

La ecuación de Manning, (3.32), se usa ampliamente en el análisis de flujo uniforme y gradualmente variado en conductos y canales abiertos. Los valores típicos del coeficiente de rugosidad, n , se pueden encontrar tabulados en numerosos textos de hidráulica (Chow, 1959; FHWA, 1961; French, 1985; ASCE, 1992).

La ecuación (3.32) puede ser reescrita de la siguiente manera:

$$S_f = \frac{V^2 n^2}{R_h^{4/3}} \quad (3.42)$$

o bien:

$$S_f = \frac{19.62n^2}{R_h^{4/3}} \left(\frac{V^2}{2g} \right) \quad (3.43)$$

3.12 Pérdidas menores

Además de las pérdidas por fricción, a lo largo de un canal o conducto existen pérdidas de energía locales, asociadas a cambios súbitos en las condiciones del flujo originados por transiciones, uniones, entradas, salidas, codos, obstrucciones, dispositivos de control y otros. Estas pérdidas se producen en tramos relativamente cortos, con una pendiente fuerte o caída súbita del gradiente de energía.

En conductos de gran longitud donde $\frac{L}{\phi} \gg 1000$, las pérdidas locales usualmente resultan muy pequeñas comparadas con las pérdidas de fricción, por lo cual suelen ser despreciadas. Por el contrario, si el tramo del canal o conducto es muy corto y el número de dispositivos es importante, entonces la suma de pérdidas locales puede exceder las pérdidas por fricción. En general, estas pérdidas pueden ser expresadas por:

$$h_L = C_p \left(\frac{V^2}{2g} \right) \quad (3.44)$$

donde h_L es la pérdida de carga menor, C_p es un coeficiente de pérdida dependiente del tipo de pérdida, y $\frac{V^2}{2g}$ es la carga de velocidad. El coeficiente y la forma de la ecuación difieren según el tipo de pérdida, si el flujo es en canal abierto o en conducto cerrado, si el flujo escurre en régimen subcrítico o supercrítico.

3.12.1 Pérdidas en transiciones

Las transiciones se caracterizan por un cambio del área de la sección transversal, lo que implica un cambio de la velocidad del flujo y por lo tanto una pérdida de carga. La pérdida de carga por expansión o contracción del conducto o canal se puede expresar en términos de la energía cinética en los extremos de la transición, como se muestra en las ecuaciones (3.45) y (3.46).

En contracciones:

$$h_{L_c} = \frac{C_{p_c}}{2g}(V_2^2 - V_1^2) \quad \text{para } V_2 > V_1 \quad (3.45)$$

En expansiones:

$$h_{L_e} = \frac{C_{p_e}}{2g}(V_1^2 - V_2^2) \quad \text{para } V_1 > V_2 \quad (3.46)$$

Valores de los coeficientes C_{p_c} y C_{p_e} se encuentran tabulados (Daily y Harleman, 1966; ASCE, 1992).

3.12.2 Pérdidas en uniones y cámaras de inspección

Las uniones son estructuras donde dos o más conductos se unen para formar otro conducto o canal. Estas estructuras resultan ser puntos críticos dentro de los sistemas de drenaje pluvial y deben ser diseñadas como transiciones a través de las cuales el flujo

cambia de dirección. Las pérdidas en cámaras de inspección pueden representar entre un 20 o un 30 por ciento de la pérdida de carga total, pudiendo en casos extremos alcanzar valores más altos. Estas pérdidas se pueden minimizar a través de un diseño y construcción cuidadosos. En cámaras de inspección con cunetas de fondo rectas, donde no hay cambios de tamaño de los conductos, la pérdida se puede estimar a través de (ASCE, 1992):

$$h_{L_m} = 0.05 \left(\frac{V^2}{2g} \right) \quad (3.47)$$

3.12.3 Pérdidas en entradas

Las pérdidas en entradas a alcantarillas cajón y tubos de diferentes materiales se pueden estimar mediante la expresión:

$$h_{L_E} = K_E \left(\frac{V^2}{2g} \right) \quad (3.48)$$

donde K_E es el coeficiente de pérdida y cuyos valores pueden obtenerse de tablas (FHWA, 1985; ASCE, 1992).

Capítulo 4

Los Modelos Mecanicistas

4.1 Introducción

El estudio matemático de los escurrimientos a superficie libre no es una disciplina científica nueva. Los trabajos de Chèzy (1769), Laplace (1776) y Lagrange (1781) sobre hidráulica de canales abiertos y propagación de ondas han sido pioneros en la materia. La teoría de la onda cinemática cobró impulso en mediados del siglo XIX con los estudios y trabajos presentados por investigadores de la talla de Kleitz (1858), Breton (1867), Graeff (1875), Boussinesq (1877), entre otros. En 1871, Barré de Saint Venant logró formular matemáticamente, mediante un sistema de ecuaciones diferenciales, el movimiento del agua a superficie libre.

La familia de modelos matemáticos basados en las ecuaciones de Saint Venant recibe el nombre de *Modelos Mecanicistas*, por estar basados en los principios y ecuaciones de la mecánica. La aproximación de Saint Venant es una aproximación que puede ser calificada como *particular* (Kovacs, 1988), donde las condiciones globales del

escurrimiento son calculadas por integración del movimiento de las partes elementales del fluido. El movimiento de cada parte elemental del fluido es descrito en función de las leyes de conservación de la física.

4.2 Modelos mecanicistas completos

Las ecuaciones de Saint Venant para flujo unidimensional impermanente, gradualmente variado en canales abiertos se pueden escribir como (Weinmann y Laurenson, 1979):

$$B \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial(AV)}{\partial x} - q = 0 \quad (4.1)$$

y

$$\frac{1}{g} \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{V}{g} \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial x} + S_f - S_o + \frac{q}{gA} (V - u_x) = 0 \quad (4.2)$$

$$(a) \quad (b) \quad (c) \quad (d) \quad (e) \quad (f)$$

donde t es el tiempo, x es la abscisa a lo largo del canal, y es el tirante de agua, V es la velocidad, A es la sección transversal y B es el ancho superficial del flujo. g es la aceleración gravitatoria, q es el flujo lateral por unidad de longitud, u_x es la componente en la dirección de x de la velocidad del flujo lateral, S_f es la pendiente de la línea de fricción y S_o el la pendiente de fondo del canal.

La ecuación de continuidad (4.1), describe la conservación de la masa. La ecuación de cantidad de movimiento o ecuación dinámica (4.2), se deriva aplicando la segunda ley de Newton del movimiento y expresa la conservación del momento. Sus términos individuales de izquierda a derecha son respectivamente medidas adimensionales de la aceleración local (a) y convectiva (b), la presión (c), las fuerzas de fricción (d) y gravitatoria (e) y de la aceleración del flujo lateral (f). Este sistema de ecuaciones es no

lineal y no tiene solución analítica conocida, pero puede ser resuelto numéricamente dando una condición inicial y dos condiciones de borde.

Las hipótesis sobre las cuales las ecuaciones de Saint Venant se verifican, son las hipótesis del flujo gradualmente variado (Chow, 1981; Kovacs, 1988):

- H1. La pérdida de carga en una sección es la misma que para un flujo uniforme considerando la velocidad y el radio hidráulico de la sección. De acuerdo a esta suposición la fórmula de flujo uniforme se puede usar para evaluar la pendiente de energía de un flujo gradualmente variado en una sección de canal dada, y es aplicable al flujo variando el correspondiente coeficiente de rugosidad desarrollado inicialmente para el flujo uniforme.
- H2. La pendiente del flujo es pequeña. Es decir que el tirante del flujo es el mismo si se utiliza la dirección vertical o la normal al fondo del canal. La presión en la vertical es hidrostática y la aceleración vertical es despreciable.
- H3. La alineación y forma del canal es constante en el tramo que se considera.
- H4. La distribución de velocidades en la sección mojada es uniforme.
- H5. El coeficiente de rugosidad es independiente del tirante del flujo y constante a lo largo del tramo en consideración.
- H6. La masa del fluido es constante y el fluido es incompresible.

Mientras todos los modelos de propagación de crecidas usan la ecuación de continuidad de manera similar, los diferentes grupos de modelos se pueden distinguir de acuerdo al número de términos considerados en la ecuación de cantidad de movimiento. Aquellos que consideran todos los términos se denominan "modelos dinámicos completos". Además de ser los más completos, son los modelos más precisos y fiables, como también los que más recursos de computación demandan. Sin embargo, no

garantizan una modelación absolutamente precisa, debido a las hipótesis hechas en la formulación de las ecuaciones de Saint Venant sobre las que se basan.

4.3 Modelos mecanicistas simplificados

Debido a la complejidad del sistema de ecuaciones de Saint Venant, su resolución no fue posible si no hasta la aparición de las computadoras, en la década del 60.

No obstante, teorías tales como las de las ondas cinemática y difusiva fueron estudiadas a partir de mediados del siglo XIX y aplicadas en el estudio de crecidas de ríos, como por ejemplo el trabajo de Seddon (1900) en el río Mississippi. Sin embargo, fue recién en 1955 en su publicación "On kinematic waves" que Lighthill y Whitham establecen rigurosamente los fundamentos matemáticos de la teoría de la onda cinemática.

La propagación difusiva y cinemática de las ondas de crecida se pueden deducir del sistema de ecuaciones de Saint Venant, despreciando algunos de sus términos. La referencia a las ecuaciones de Saint Venant para el estudio de los modelos mecanicistas simplificados presentan varias ventajas (Kovacs, 1988):

- a) Permite dar una base matemática rigurosa.
- b) Definir precisamente las hipótesis subyacentes a cada una de las aproximaciones necesarias para el desarrollo de estos modelos.
- c) Definir precisamente las condiciones de borde de los modelos.

Esta aproximación permite definir bien el contenido de las ecuaciones de Saint Venant, las cuales consideran a la vez fenómenos dinámicos y cinemáticos en el cálculo de los escurrimientos. Los órdenes de magnitud de los distintos términos dependen de las características geométricas y de las condiciones de borde.

Asumiendo que no hay aportes de flujo lateral, es decir que $q = 0$ en el sistema de Saint Venant, la ecuación de continuidad (4.1), sólo tiene dos términos. En régimen

impermanente, ninguna de las derivadas parciales puede ser nula o despreciable, por lo tanto esta ecuación no puede ser simplificada.

La ecuación de cantidad de movimiento o ecuación dinámica (4.2), tiene cinco términos, los cuales pueden conducir a un buen número de simplificaciones. De hecho, es infrecuente que estos cinco términos tengan simultáneamente el mismo orden de magnitud.

El término de aceleración local (a), depende esencialmente del tiempo, por lo tanto de la velocidad de ascenso de la crecida y el término de aceleración convectiva (b) depende de la geometría del canal. Para la mayor parte de las crecidas fluviales, los términos de inercia resultan despreciables frente a los otros términos de la ecuación dinámica. En general, los términos de las fuerzas de fricción (d) y de gravedad (e) resultan del mismo orden de magnitud.

En consecuencia, la simplificación de los términos de la ecuación dinámica del sistema de Saint-Venant conduce a dos clases de modelos mecanicistas simplificados (Weinmann y Laurenson, 1979; Kovacs, 1988):

- a) Modelos preponderantemente inerciales, llamados modelos dinámicos, donde los términos de fricción y pendiente de fondo son despreciados.
- b) Modelos de fricción preponderante, donde los términos inerciales han sido despreciados. Estos a su vez se clasifican en:
 - Modelos difusivos (se desprecian los términos de inercia solamente)
 - Modelos cinemáticos (se desprecia además el término de presión)

Teniendo en cuenta la hipótesis H1 para flujo gradualmente variado, podemos usar cualquier fórmula del flujo uniforme que nos relacione indirectamente la descarga Q con el tirante y . Una fórmula general del flujo uniforme es:

$$Q = KAR_h^m S_f^\eta \quad (4.3)$$

donde K es un coeficiente de resistencia empírico, R_h es el radio hidráulico, m y η son exponentes empíricos. Si se utiliza la ecuación de Chèzy o la de Manning, el exponente $\eta = 1/2$. Además para flujo permanente y uniforme se verifica que $S_f = S_o$ y que la descarga es igual al flujo normal Q_n , es decir:

$$Q = Q_n = KAR_h^m S_o^\eta \quad (4.4)$$

Sustituyendo la ecuación (4.4) en la ecuación (4.2) y despreciando los efectos de flujo lateral se obtiene una forma de la ecuación dinámica que es una expresión general para una curva $Q(y)$:

$$Q = Q_n \sqrt{1 - \frac{1}{S_o} \frac{\partial y}{\partial x} - \frac{1}{gS_o} \left(V \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial t} \right)} \quad (3.5)$$

Onda cinemática ←

Onda difusiva ←

Onda dinámica completa ←

Considerar $S_f = S_o$ es equivalente a considerar que el caudal es función del tirante de manera unívoca, como en régimen permanente. En la figura 4.1 se muestra una curva altura-caudal esquemática, donde los puntos A y B indican los puntos de máximo caudal y máximo tirante respectivamente.

4.3.1 Modelos difusivos

Las ecuaciones de base de los modelos difusivos son las ecuaciones de Saint-Venant de las que se han simplificado los términos de inercia $\frac{\partial V}{\partial t}$ y $V \frac{\partial V}{\partial x}$. De modo que el sistema de ecuaciones sin aportes laterales resulta:

$$B \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial(AV)}{\partial x} = 0 \quad (4.6)$$

$$\frac{\partial y}{\partial x} + S_f - S_o = 0 \quad (4.7)$$

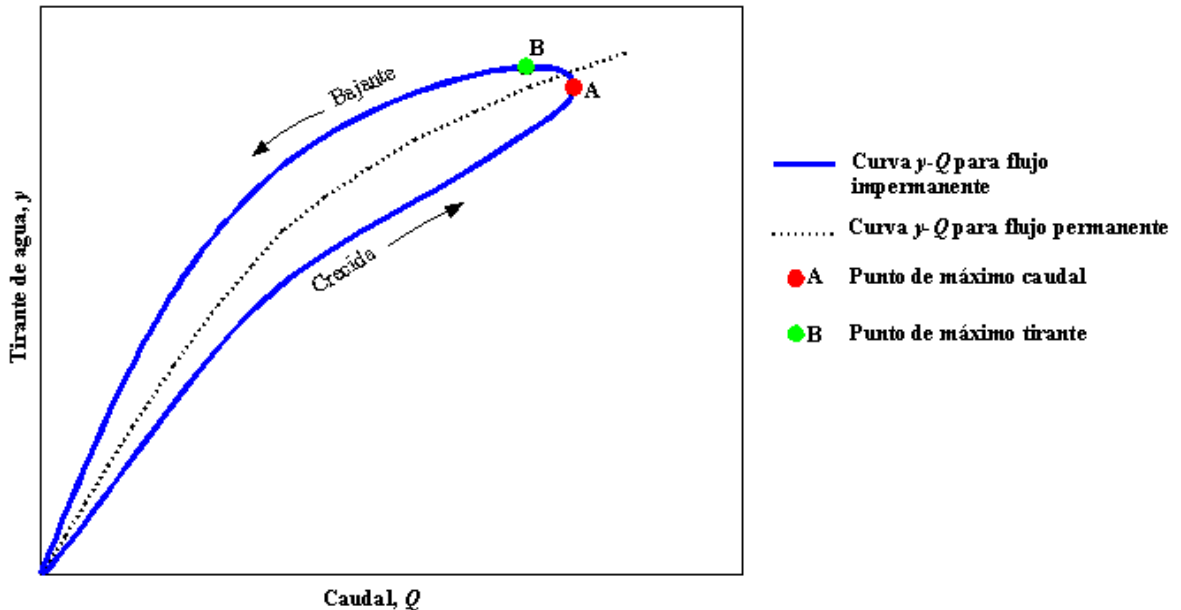


Figura 4.1 – Curva tirante - caudal

Este sistema es válido bajo las mismas hipótesis que el sistema completo de Saint Venant. Eliminando la variable y y combinando ambas ecuaciones, el sistema formado por las ecuaciones (4.6) y (4.7) se puede reducir a una única ecuación:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + C \frac{\partial Q}{\partial x} = D \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} \quad (4.8)$$

La ecuación (4.8) se denomina *ecuación de la onda difusiva*, siendo C la celeridad de la onda y D el coeficiente de difusión de la onda. Esta ecuación es de segundo orden y para ser resuelta necesita dos condiciones de borde, aguas arriba y aguas abajo del tramo analizado. En este caso dos funciones $Q(t)$. Si del sistema de ecuaciones simplificado,

ecuaciones (4.6) y (4.7) se hubiera eliminado la variable Q en lugar del tirante y , las condiciones de borde aguas arriba y aguas abajo del tramo, serían dos funciones $y(t)$.

Si bien el tirante no interviene aparentemente en la ecuación (4.8), si interviene en los coeficientes C y D . De modo que la solución de la ecuación (4.8) no será completa si $y(x,t)$ no es calculada. Si los coeficientes C y D son no lineales, entonces la ecuación (4.8) puede ser linealizada eligiendo los parámetros C y D constantes. Esto resulta de interés ya que en ese caso la ecuación de la onda difusiva admite soluciones pseudo-analíticas, lo que permite simular crecidas con pocos medios informáticos (Hayami, 1951).

Si C y D son elegidos variables, la ecuación de la onda difusiva debe ser resuelta en forma numérica, calculando C y D para cada paso de tiempo y de espacio.

4.3.2. Modelos cinemáticos

Los modelos cinemáticos se basan en las ecuaciones de Saint Venant, donde los términos inerciales y de presión de la ecuación dinámica son eliminados. El sistema así reducido es válido bajo las mismas hipótesis para las cuales se desarrolló el sistema completo de Saint Venant. El sistema resulta entonces:

$$B \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial(AV)}{\partial x} = 0 \quad (4.9)$$

$$S_f - S_o = 0 \quad (4.10)$$

El movimiento de la onda es descrito enteramente por la ecuación de continuidad, ya que la ecuación dinámica se ha reducido al régimen permanente (Hug, 1975). Tomar $S_f = S_o$ es equivalente a considerar que la descarga es una función unívoca del tirante de agua. Esto permite escribir $Q = Q(y)$ o también $Q = Q(A)$ o aún $A = A(Q)$. Teniendo en cuenta esta última relación y reemplazando en la ecuación de continuidad (4.9) se obtiene:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + C \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (4.11)$$

La ecuación (4.11) es llamada *ecuación de la onda cinemática*, siendo C la celeridad de la onda. Observando la ecuación (4.8) de la onda difusiva, vemos que la ecuación de la onda cinemática, ecuación (4.11), es un caso particular de aquella, donde el término difusivo $D \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}$ ha sido eliminado.

La ecuación de la onda cinemática es de primer orden y sólo necesita una condición de borde para ser resuelta. Del mismo modo que la ecuación de la onda difusiva, la celeridad de la onda depende de Q y del tirante y . Si la celeridad es variable, la ecuación (4.11) se integra de forma numérica. Durante la propagación, los hidrogramas cambian de forma pero, en principio, sin atenuación. Sin embargo, el esquema de resolución numérica puede introducir una difusión numérica que atenúa los hidrogramas.

Si la celeridad de la onda es considerada constante, la integración de la ecuación (4.11) se reduce a un modelo de traslación simple.

4.4 Ecuación de continuidad para el flujo impermanente gradualmente variado

La ecuación de continuidad para el flujo impermanente se puede establecer considerando la ley de conservación de la masa, en un espacio infinitesimal entre dos secciones de un canal. En el flujo impermanente, el caudal varía con la distancia a una tasa

$\frac{\partial Q}{\partial x}$ y el tirante de agua varía con el tiempo a una tasa $\frac{\partial y}{\partial t}$. La variación del caudal a través

del espacio en el tiempo dt es:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} dx dt \quad (4.12)$$

La variación del almacenamiento de agua en el canal es:

$$dx \frac{\partial A}{\partial t} dt = B dx \frac{\partial y}{\partial t} dt \quad (4.13)$$

siendo B el ancho correspondiente a la sección mojada.

Dado que se asume como hipótesis que el agua es incompresible, entonces la variación neta de la descarga más la variación del almacenamiento debe ser nula:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} dx dt + B dx \frac{\partial y}{\partial t} dt = 0 \quad (4.14)$$

Simplificando se tiene:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + B \frac{\partial y}{\partial t} = 0 \quad (4.15)$$

Como por hipótesis se asume que la distribución de velocidades es uniforme en la sección del flujo, esto implica que $Q = VA$, de modo que la ecuación (4.15) resulta:

$$\frac{\partial(VA)}{\partial x} + B \frac{\partial y}{\partial t} = 0 \quad (4.16)$$

Si asumimos que al canal ingresa un caudal lateral por unidad de longitud, q , la ecuación de continuidad resulta ser:

$$B \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial(VA)}{\partial x} - q = 0 \quad (4.17)$$

el signo negativo delante de q indica que el caudal lateral es entrante al canal.

4.5 Ecuación dinámica para el flujo impermanente gradualmente variado

La variación temporal de la velocidad del flujo, esto es su aceleración, produce una fuerza y causa pérdidas de energía adicionales en el flujo. La fuerza debida a la aceleración

$\frac{\partial V}{\partial t}$ actuante sobre un peso unitario de agua es igual a: $\frac{w}{g} \frac{\partial V}{\partial t}$, es decir fuerza = masa por

aceleración (segunda ley de Newton).

Dado que por hipótesis se asume que la pendiente del canal es pequeña y que el flujo es unidimensional en x , por lo tanto la componente vertical de la aceleración es despreciable. De modo que el trabajo realizado por la fuerza debida a la aceleración del flujo en una distancia infinitesimal dx entre dos secciones de un canal es: $\frac{w}{g} \frac{\partial V}{\partial t} dx$. Esta cantidad de trabajo es igual a la pérdida de energía debida a la aceleración, h_a . Esta pérdida puede expresarse como:

$$h_a = \frac{1}{g} \frac{\partial V}{\partial t} dx \quad (4.18)$$

La pérdida total en una longitud infinitesimal dx , estará formada por dos partes, una la pérdida debida a la aceleración, ecuación (4.18), y otra debida a la fricción, h_f :

$$h_f = S_f dx \quad (4.19)$$

siendo S_f la pendiente de energía.

La ecuación de energía de Bernoulli entre dos secciones de un canal, separadas una distancia dx se puede escribir:

$$z_f + y + \alpha \frac{V^2}{2g} = (z_f + dz_f) + (y + dy) + \left[\alpha \frac{V^2}{2g} + d \left(\alpha \frac{V^2}{2g} \right) \right] + \frac{1}{g} \frac{\partial V}{\partial t} dx + S_f dx \quad (4.20)$$

Contemplando la variación de la distribución de velocidades en el tramo, la ecuación anterior se puede simplificar a:

$$d \left(z_f + y + \alpha \frac{V^2}{2g} \right) = -S_f dx - \frac{1}{g} \frac{\partial V}{\partial t} dx \quad (4.21)$$

El miembro izquierdo de la igualdad representa la variación de carga total, mientras que el miembro derecho es la suma de las pérdidas de carga debidas a la fricción y a la aceleración. Esta ecuación establece que la variación de carga total del flujo impermanente gradualmente variado depende de los efectos de fricción y aceleración.

Dividiendo la ecuación (4.21) por la longitud dx y utilizando derivadas parciales tenemos:

$$\frac{\partial z_f}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial x} + \frac{\partial \left(\alpha \frac{V^2}{2g} \right)}{\partial x} + S_f + \frac{1}{g} \frac{\partial V}{\partial t} = 0 \quad (4.22)$$

la cual se puede reescribir como:

$$\frac{1}{g} \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial z_f}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial x} + \frac{\alpha V}{g} \frac{\partial V}{\partial x} + S_f = 0 \quad (4.23)$$

Dado que se asume que la distribución de velocidades es uniforme en la sección del flujo, entonces el coeficiente $\alpha = 1$. Por otro lado, $-\frac{\partial z_f}{\partial x}$ es la pendiente de fondo del canal, la cual se denota S_o . La ecuación (4.23) resulta:

$$\frac{1}{g} \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{V}{g} \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial x} + S_f - S_o = 0 \quad (4.24)$$

La ecuación (4.24) es entonces la ecuación dinámica para el flujo impermanente gradualmente variado. Las ecuaciones de continuidad y cantidad de movimiento del flujo impermanente gradualmente variado fueron establecidas por primera vez por Barré de Saint-Venant, las que fueron verificadas por numerosas observaciones y experimentos. No obstante, debido a su complejidad matemática, no tienen solución analítica exacta. A los fines prácticos se recurre a métodos de resolución numéricos o a la reducción de los términos de la ecuación dinámica.

4.6 Ecuación dinámica como expresión general para la curva $Q(y)$ en régimen impermanente gradualmente variado

La ecuación dinámica completa se puede escribir utilizando una relación empírica que relacione la descarga Q con el tirante de agua y . Para ello, se considera la hipótesis que

la carga en una sección del flujo impermanente es la misma que para el flujo uniforme. Por lo tanto, puede ser usada una fórmula general de flujo uniforme:

$$Q = KAR_h^m S_f^\eta \quad (4.25)$$

siendo Q la descarga del flujo, A , la sección transversal del flujo, K , un coeficiente de resistencia, R_h , el radio hidráulico, S_f , la pendiente de fricción, m y η son exponentes empíricos. Si se utiliza la fórmula de Chèzy o de Manning, entonces $\eta = 1/2$.

Por otro lado, en régimen permanente y uniforme $S_f = S_o$, donde S_o es la pendiente de fondo del canal y la descarga Q es igual al flujo normal Q_n , es decir, que para el flujo permanente y uniforme:

$$Q_n = KAR_h^m S_o^{1/2} \quad (4.26)$$

de la ecuación (4.25) con $\eta = 1/2$ se tiene:

$$S_f = \left(\frac{Q}{KAR_h^m} \right)^2 \quad (4.27)$$

La ecuación dinámica para flujo impermanente y gradualmente variado sin aportes laterales es:

$$\frac{1}{g} \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{V}{g} \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial x} + S_f - S_o = 0 \quad (4.28)$$

Reemplazando la ecuación (4.27) en la ecuación (4.28) se tiene:

$$\frac{1}{g} \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{V}{g} \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial x} + \left(\frac{Q}{KAR_h^m} \right)^2 - S_o = 0 \quad (4.29)$$

despejando:

$$\left(\frac{Q}{KAR_h^m} \right)^2 = S_o - \frac{\partial y}{\partial x} - \frac{V}{g} \frac{\partial V}{\partial x} - \frac{1}{g} \frac{\partial V}{\partial t} \quad (4.30)$$

dividiendo miembro a miembro por S_o se tiene:

$$\frac{1}{S_o} \left(\frac{Q}{KAR_h^m} \right)^2 = 1 - \frac{1}{S_o} \frac{\partial y}{\partial x} - \frac{V}{gS_o} \frac{\partial V}{\partial x} - \frac{1}{gS_o} \frac{\partial V}{\partial t} \quad (4.31)$$

aplicando raíz cuadrada a ambos miembros de la ecuación (4.31):

$$\frac{Q}{KAR_h^m S_o^{1/2}} = \sqrt{1 - \frac{1}{S_o} \frac{\partial y}{\partial x} - \frac{V}{gS_o} \frac{\partial V}{\partial x} - \frac{1}{gS_o} \frac{\partial V}{\partial t}} \quad (4.32)$$

despejando:

$$Q = KAR_h^m S_o^{1/2} \sqrt{1 - \frac{1}{S_o} \frac{\partial y}{\partial x} - \frac{1}{gS_o} \left(V \frac{\partial V}{\partial x} - \frac{\partial V}{\partial t} \right)} \quad (4.33)$$

de la ecuación (4.26) se deduce que:

$$Q = Q_n \sqrt{1 - \frac{1}{S_o} \frac{\partial y}{\partial x} - \frac{1}{gS_o} \left(V \frac{\partial V}{\partial x} - \frac{\partial V}{\partial t} \right)} \quad (4.34)$$

Q es la descarga en régimen impermanente y depende del tiempo. Q_n es la descarga para régimen permanente y uniforme que es función unívoca del tirante de agua. Sin embargo, el tirante de agua también depende del tiempo en régimen impermanente. La figura 4.1 muestra de forma esquemática la relación altura-descarga en los dos regímenes: impermanente y permanente uniforme.

Capítulo 5

Criterios de Elección de Modelos para la Propagación del Esgurrimiento

5.1 Introducción

Diversos autores han establecido criterios considerando las características geométricas e hidráulicas del escurrimiento, que permiten definir zonas o regiones de validez de los diferentes modelos mecanicistas. El objetivo es determinar si ciertos términos de la ecuación de Saint Venant pueden ser despreciables para un escurrimiento dado.

Si algunos términos de la ecuación dinámica de Saint Venant son de magnitud insignificante frente a los restantes, entonces es correcto despreciarlos. Sin embargo, a menudo resulta difícil establecer los órdenes de magnitud de los términos de la ecuación dinámica. Esto sólo se hace resolviendo las ecuaciones completas donde efectivamente podemos determinar cada uno de los términos de la ecuación dinámica y deducir así el carácter despreciable de algunos de ellos.

Además de los criterios provenientes del estudio directo de los órdenes de magnitud de los términos de la ecuación dinámica, hay criterios que se basan en la noción de onda. Los diferentes términos de la ecuación dinámica hacen intervenir diferentes ondas, las cuales se propagan con celeridades características de cada una de ellas. Algunos criterios utilizan la comparación de celeridades para determinar la preponderancia de ciertos términos de la ecuación dinámica sobre los otros.

5.2 Criterios basados en los órdenes de magnitud de los términos de la ecuación dinámica

Ponce ha encontrado, a través de estudios experimentales, que para un hidrograma de crecida en un tramo de canal donde la pendiente es variable, los términos de inercia y de presión eran del mismo orden de magnitud que la pendiente. No obstante, a medida que la pendiente disminuía, la diferencia entre los órdenes de magnitud de los términos de inercia y gravitatorios aumentaba (Ponce, Li y Simons, 1978).

Las magnitudes de los términos individuales de la ecuación de cantidad de movimiento varían con el hidrograma de entrada y las propiedades del canal. Weinmann y Laurenson han analizado dos canales con idénticas características geométricas y propiedades de fricción pero diferentes pendientes, del orden del 0.0020 y 0.0002, respectivamente. Estos autores encontraron que la relación de los términos de inercia respecto del gravitatorio eran de un orden de magnitud de 0.01 y que la relación del término de presión respecto del gravitatorio era del orden de 0.03 para el primer canal. No obstante los órdenes de magnitud de las mismas relaciones para el segundo canal eran de 0.07 y 0.80, respectivamente (Weinmann y Laurenson, 1979).

De estos estudios de magnitud de los términos de la ecuación dinámica se concluye que cuanto más suave es la pendiente de fondo de los canales tanto más preponderantes resultan los términos de inercia.

Un criterio de verificación a posteriori para modelos de onda cinemática consiste en evaluar los órdenes de magnitud a partir de los resultados de estos modelos. El método evalúa los términos de inercia y de presión de los hidrogramas de aguas arriba y aguas abajo de un tramo regular (pendiente, sección y rugosidad constantes) de canal. Sea d_p la duración de la propagación del pico del hidrograma de entrada al tramo. A partir de un tiempo inicial t_0 se determinan los puntos A y B como se indica en la figura 5.1.

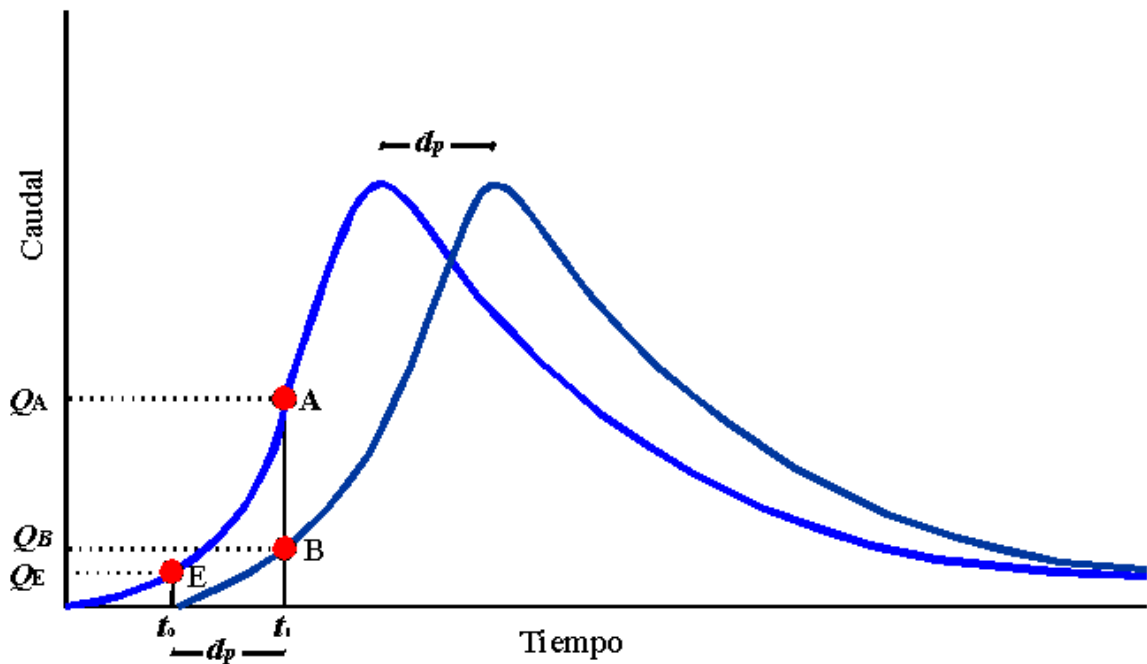


Figura 5.1 – Criterio de verificación a posteriori

Con los caudales correspondientes Q_A y Q_B se deducen, a partir de las ecuaciones de régimen uniforme las velocidades V_A y V_B y los tirantes de agua correspondientes y_A e y_B . Se puede entonces evaluar los términos de la ecuación dinámica de la siguiente forma:

$$\frac{\partial y}{\partial x} \approx \frac{y_B - y_A}{L} \quad (5.1)$$

Si la magnitud de este término es del mismo orden que la pendiente, el modelo cinemático utilizado no da buenos resultados. L es la longitud total del tramo del canal.

Los términos de inercia se evalúan de forma análoga:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{V^2}{2g} \right) \approx \frac{1}{2g} \left(\frac{V_A^2 - V_B^2}{L} \right) \quad (5.2)$$

$$\frac{1}{g} \frac{\partial V}{\partial t} \approx \frac{1}{g} \left(\frac{V_A - V_E}{t_1 - t_0} \right) \quad (5.3)$$

Los resultados del modelo son satisfactorios si se verifica la condición (Miller y Cunge, 1975):

$$\left| \frac{y_B - y_A}{L} + \frac{V_A^2 - V_B^2}{2gL} + \frac{1}{g} \left(\frac{V_A - V_E}{t_1 - t_0} \right) \right| \ll S_o \quad (5.4)$$

Este criterio es limitado, sólo se aplica a los modelos cinemáticos no difusivos. El cálculo de los términos con este criterio se hace suponiendo una ley unívoca entre los tirantes y caudales. Sin embargo, cuando los términos de inercia no son despreciables la ley que relaciona los tirantes con los caudales no es unívoca. Además con éste criterio no se puede evaluar los efectos inerciales por una influencia de aguas abajo ya que este modelo no considera condiciones de borde aguas abajo. Este criterio es un criterio limitado para evaluar el error cometido por despreciar los términos inerciales.

5.3 Criterios basados en el estudio de ondas

Las ondas dinámicas se propagan aún cuando no hay escurrimiento, como por ejemplo el oleaje o las ondas producidas cuando se arroja una piedra a una superficie de agua quieta. Ellas se pueden propagar a contra corriente, como las ondas que remontan la corriente en escurrimientos fluviales. Estas ondas se propagan sin crear necesariamente desplazamiento efectivo de materia en el sentido de su propagación. Las olas se propagan

horizontalmente a la superficie del mar, los desplazamientos efectivos de agua sólo son locales y esencialmente verticales. La onda dinámica de retorno se propaga en sentido opuesto al desplazamiento principal de materia, el cual tiene lugar en el sentido del escurrimiento.

Contrariamente a las ondas dinámicas, las ondas cinemáticas corresponden únicamente a un desplazamiento de materia. Las ondas cinemáticas se propagan con una celeridad que es del mismo orden de magnitud que la velocidad del escurrimiento. Cuando no hay escurrimiento no hay ondas cinemáticas.

Las ondas dinámicas son generadas por los términos de inercia de la ecuación dinámica de Saint Venant. Cuando ellas se atenúan o predominan las ondas cinemáticas frente a las dinámicas, se puede concluir que los términos de inercia son despreciables.

Las ondas dinámicas están *a priori* siempre presentes en las ondas de crecida naturales. En los escurrimientos fluviales, con número de Froude inferior a 1, la parte principal de la onda de crecida se propaga más lentamente que las pequeñas perturbaciones representadas por las ondas dinámicas. En una distancia aguas abajo suficientemente grande, las perturbaciones dinámicas se atenúan y el volumen principal de la crecida, que se desplaza con una celeridad cercana a la velocidad del escurrimiento, es llevado por una onda cinemática (Miller y Cunge, 1975).

Un método sencillo para determinar el tipo de onda predominante es comparar sus celeridades. Si la celeridad de la onda dinámica es igual a la celeridad de la onda cinemática, entonces los fenómenos dinámicos y cinemáticos son de magnitud comparable

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)_{\text{dinámica}} = V + \sqrt{gy}, \text{ onda dinámica descendente.}$$

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)_{\text{cinemática}} \approx \alpha V, \text{ donde } \alpha \text{ varía según la fórmula utilizada para calcular } Q.$$

α es un parámetro cinemático que depende de las características geométricas e hidráulicas del canal y que toma un valor igual a $3/2$ si se utiliza la fórmula de Chèzy o $5/3$ para la fórmula de Manning. Para un canal ancho y rectangular el valor de α está comprendido entre $4/3$ y $5/3$.

Igualando ambas celeridades se tiene:

$$V + \sqrt{gy} = \alpha V \quad (5.5)$$

dividiendo ambos miembros por \sqrt{gy} se obtiene la relación:

$$\mathbf{F} + 1 = \alpha \mathbf{F} \quad (5.6)$$

Operando y despejando:

$$\mathbf{F} = \frac{1}{\alpha - 1} \quad (5.7)$$

donde \mathbf{F} es el número de Froude, cuya expresión fue dada en la ecuación (3.2) del capítulo 3. Finalmente, si se considera la fórmula de Chèzy, entonces $\alpha = 3/2$ y $\mathbf{F} = 2$; si se considera la ecuación de Manning, entonces $\alpha = 5/3$ y $\mathbf{F} = 3/2$.

Cuando el número de Froude es inferior a 2, las ondas dinámicas tienen una celeridad mucho más grande que las ondas cinemáticas. Se supone entonces que aquellas no juegan un rol importante en la transferencia de volumen ligada a la propagación de la crecida.

Para poder determinar efectivamente el predominio de un tipo de onda, es necesario analizar no sólo los órdenes de magnitud de las celeridades, sino también su amortiguamiento (Kovacs, 1988).

5.4 Criterio experimental

Un criterio experimental desarrollado por Woolhiser y Ligget utiliza el número adimensional cinemático (Miller y Cunge, 1975). Este número adimensional tiene la siguiente expresión:

$$\mathbf{N}_c = \frac{gS_oL}{V^2} \quad (5.21)$$

donde \mathbf{N}_c es el número cinemático, L es la longitud del canal, V es la velocidad media del escurrimiento.

Overton encontró que para valores de \mathbf{N}_c del orden de 10, la aplicación de un modelo cinemático no genera más de un 10 por ciento de error respecto a un modelo dinámico. Este porcentaje de error disminuye para valores de \mathbf{N}_c superiores.

Woolhiser y Ligget establecieron que $\mathbf{N}_c > 200$ permite obtener buenos resultados con un modelo cinemático. En muchas de las aplicaciones, \mathbf{N}_c toma valores que sobrepasan ampliamente el valor 1000, lo que asegura una muy buena precisión de los modelos cinemáticos (Miller y Cunge, 1975).

Se puede observar que los modelos de onda cinemática dan buenos resultados en canales o conductos de gran longitud, con pendientes que no sean bajas y donde las fuerzas de fricción sean preponderantes.

5.5 Conclusión

Todos estos criterios han sido desarrollados para establecer a priori que términos de la ecuación dinámica de Saint Venant pueden ser despreciados. Sin embargo, estos criterios deben ser usados cualitativamente, ya que no pueden asegurar categóricamente el predominio de uno y otro término. Una crítica que se hace a estos criterios es que no tienen en cuenta las condiciones de borde, particularmente de aguas abajo.

En general, se puede decir que la propagación del flujo en redes de drenaje pluvial va acompañado por el transporte de materia, de modo que jamás es un fenómeno puramente inercial (Kovacs, 1988). En muchos casos, aún cuando los términos de inercia parecen despreciables, resulta difícil establecer la separación entre la respuesta de un modelo completo y la respuesta de un modelo simplificado, debido a la dificultad de establecer la influencia de las condiciones de borde.

Para el desarrollo de esta Tesis se ha utilizado el bloque Extran, que es un módulo hidrodinámico del modelo SWMM que considera la ecuación dinámica completa.

Capítulo 6

Métodos de Resolución y Esquemas de Discretización

6.1 Introducción

El sistema de ecuaciones completo de Saint Venant no posee soluciones analíticas. Igualmente las ecuaciones de la onda difusiva y de la onda cinemática no poseen soluciones analíticas si sus coeficientes son no lineales.

Para resolver estas ecuaciones no lineales se recurre al uso de métodos numéricos. Los métodos clásicos son los métodos en diferencias finitas. Se presentan aquí los principales métodos en diferencias finitas y los esquemas utilizados.

6.2 Discretización de las ecuaciones diferenciales

Se intenta resolver una ecuación diferencial donde están involucradas las derivadas respecto al tiempo, $\frac{\partial f}{\partial t}$, al espacio, $\frac{\partial f}{\partial x}$ y eventualmente, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial t}$, de una cierta función f continua y diferenciable respecto a x y t . Cuando no es posible encontrar una relación analítica que de el valor de la función f para todo valor de x y t , se recurre a

soluciones numéricas, que dan valores aproximados de la función f en ciertos puntos particulares. Sea por ejemplo, una función en el espacio unidireccional y temporal $f(x,t)$ y sea una grilla discreta de puntos en el flujo, como se muestra en la figura 6.1.

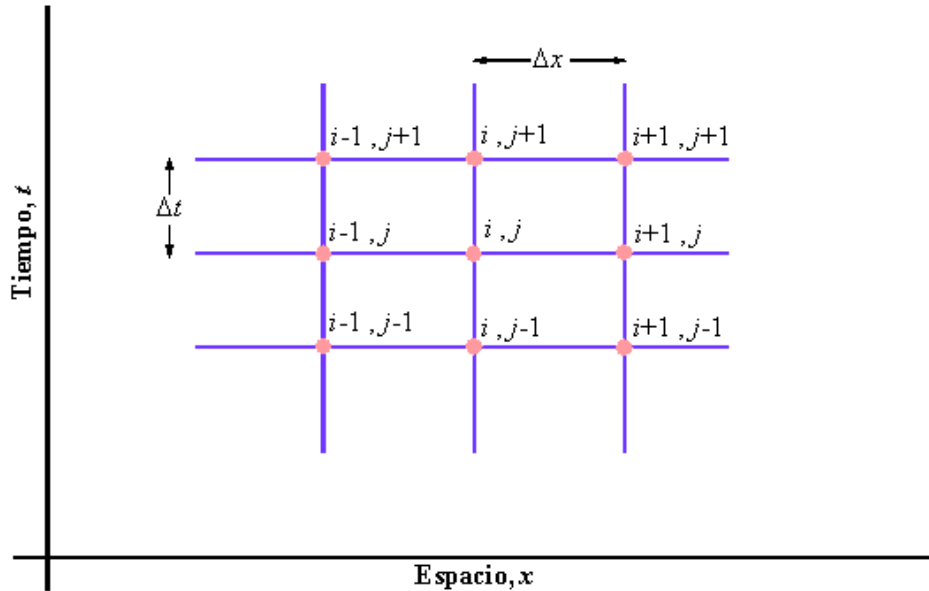


Figura 6.1 – Grilla discreta de puntos

Por conveniencia se asume que el espaciamiento de los puntos de la grilla tanto en la dirección x como en el tiempo es uniforme y está dado por Δx y Δt , respectivamente. Dado que es imposible conocer la función f para todo x y todo t ; se calculan los valores de la función en cada nodo de la grilla. Los métodos en diferencias finitas se basan en el desarrollo en series de Taylor de las funciones continuas y derivables. Tanto más pequeños sean los incrementos de tiempo y espacio, tanto más se aproximarán estos desarrollos en series de Taylor a los valores de la solución exacta de la ecuación diferencial. Sea f_i^j el valor de la función f en el punto (i,j) , entonces el valor de la función en el punto $(i+1,j)$ se puede expresar en términos de una expansión en serie de Taylor entorno al punto (i,j)

$$f_{i+1}^j = f_i^j + \frac{\partial f}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \frac{\Delta x^2}{2!} + \frac{\partial^3 f}{\partial x^3} \frac{\Delta x^3}{3!} + \dots \quad (6.1)$$

Esta ecuación es matemáticamente una expresión exacta de f_{i+1}^j , si la serie es convergente y de infinito número de términos. Sin embargo, computacionalmente es inviable, por lo cual la ecuación (6.1) se trunca. Por ejemplo, si se desprecian todos los términos de magnitudes superiores a Δx^2 , la ecuación (6.1) se reduce a:

$$f_{i+1}^j \approx f_i^j + \frac{\partial f}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \frac{\Delta x^2}{2!} \quad (6.2)$$

La precisión de (6.2) es de segundo orden. Si en la ecuación (6.1) se desprecian todos los términos de magnitud superiores a Δx , la ecuación resulta:

$$f_{i+1}^j \approx f_i^j + \frac{\partial f}{\partial x} \Delta x \quad (6.3)$$

La precisión de (6.3) es de primer orden. Tanto en (6.2) como en (6.3) los términos de mayor orden despreciados representan el error por truncamiento. Este error puede ser reducido considerando un mayor número de términos de la serie de Taylor o reduciendo la magnitud de Δx .

Si de la ecuación (6.1) se despeja:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f_{i+1}^j - f_i^j}{\Delta x} - \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \frac{\Delta x}{2!} - \frac{\partial^3 f}{\partial x^3} \frac{\Delta x^2}{3!} - \dots \quad (6.4)$$

la cual se puede expresar como:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f_{i+1}^j - f_i^j}{\Delta x} + O(\Delta x) \quad (6.5)$$

La notación $O(\Delta x)$ es una notación matemática formal que *representa el término de orden Δx* . La ecuación (6.5) resulta ser más precisa que la ecuación (6.3). Además el orden de magnitud del error por truncamiento se muestra explícitamente.

La representación en diferencias finitas de la derivada $\frac{\partial f}{\partial x}$ se identifica en la ecuación (6.5) como un esquema progresivo o adelantado de primer orden. Expandiendo la función f_{i-1}^j mediante serie de Taylor entorno al punto (i,j) :

$$f_{i-1}^j = f_i^j + \frac{\partial f}{\partial x}(-\Delta x) + \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \frac{(-\Delta x)^2}{2!} + \frac{\partial^3 f}{\partial x^3} \frac{(-\Delta x)^3}{3!} + \dots \quad (6.6)$$

si se despeja:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f_i^j - f_{i-1}^j}{\Delta x} + \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \frac{\Delta x}{2!} - \frac{\partial^3 f}{\partial x^3} \frac{\Delta x^2}{3!} + \dots \quad (6.7)$$

la cual se puede expresar:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f_i^j - f_{i-1}^j}{\Delta x} + O(\Delta x) \quad (6.8)$$

La representación en diferencias finitas de la derivada $\frac{\partial f}{\partial x}$ se identifica en la ecuación (6.8) como un esquema regresivo o atrasado de primer orden.

Si se restan las ecuaciones (6.1) y (6.6) resulta:

$$f_{i+1}^j - f_{i-1}^j = 2 \frac{\partial f}{\partial x} \Delta x + 2 \frac{\partial^3 f}{\partial x^3} \frac{\Delta x^3}{3!} + \dots \quad (6.9)$$

despejando:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f_{i+1}^j - f_{i-1}^j}{2\Delta x} + O(\Delta x^2) \quad (6.10)$$

La representación en diferencias finitas de la derivada $\frac{\partial f}{\partial x}$ se identifica en la ecuación (6.10) como un esquema centrado de segundo orden.

Para obtener la expresión en diferencias finitas de una derivada parcial de segundo orden $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$ hay que tener en cuenta que la ecuación (6.10) se puede expresar:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f_{i+1}^j - f_{i-1}^j}{2\Delta x} - \frac{\partial^3 f}{\partial x^3} \frac{\Delta x^2}{3!} - \dots \quad (6.11)$$

Reemplazando la ecuación (6.11) en (6.1) se tiene:

$$f_{i+1}^j = f_i^j + \left[\frac{f_{i+1}^j - f_{i-1}^j}{2\Delta x} - \frac{\partial^3 f}{\partial x^3} \frac{\Delta x^2}{3!} - \dots \right] \Delta x + \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \frac{\Delta x^2}{2!} + \frac{\partial^3 f}{\partial x^3} \frac{\Delta x^3}{3!} + \frac{\partial^4 f}{\partial x^4} \frac{\Delta x^4}{4!} + \dots \quad (6.12)$$

operando y despejando en la ecuación (6.12) se obtiene:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{f_{i+1}^j - 2f_i^j + f_{i-1}^j}{\Delta x^2} - \frac{\partial^4 f}{\partial x^4} \frac{\Delta x^2}{2 \cdot 3!} + \dots \quad (6.13)$$

la cual se puede expresar:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{f_{i+1}^j - 2f_i^j + f_{i-1}^j}{\Delta x^2} + O(\Delta x^2) \quad (6.14)$$

La representación en diferencias finitas de la derivada $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$ se identifica en la ecuación (6.14) como un esquema en diferencias segundas, centrado de segundo orden.

Para generar una diferencia finita para la derivada mixta $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial t}$, se considera:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right) \quad (6.15)$$

En la ecuación (6.15) se toma la derivada en x como un esquema centrado de segundo orden de la derivada en t :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right) = \frac{\left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{i+1} - \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{i-1}}{2\Delta x} + O(\Delta x^2) \quad (6.16)$$

A su vez se puede considerar a las derivadas de la función f respecto a t como un esquema centrado de segundo orden:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial t} = \frac{\frac{f_{i+1}^{j+1} - f_{i+1}^{j-1}}{2\Delta t} + O(\Delta t^2) - \frac{f_{i-1}^{j+1} - f_{i-1}^{j-1}}{2\Delta t} + O(\Delta t^2)}{2\Delta x} + O(\Delta x^2) \quad (6.17)$$

Operando con el miembro de la derecha de la ecuación (6.17) se llega finalmente:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial t} = \frac{f_{i+1}^{j+1} - f_{i+1}^{j-1} - f_{i-1}^{j+1} + f_{i-1}^{j-1}}{4\Delta x \Delta t} + O(\Delta x^2 \Delta t^2) \quad (6.18)$$

6.3 Discretización en los bordes

Sea un tramo de borde como el que se ilustra en la figura 6.2.

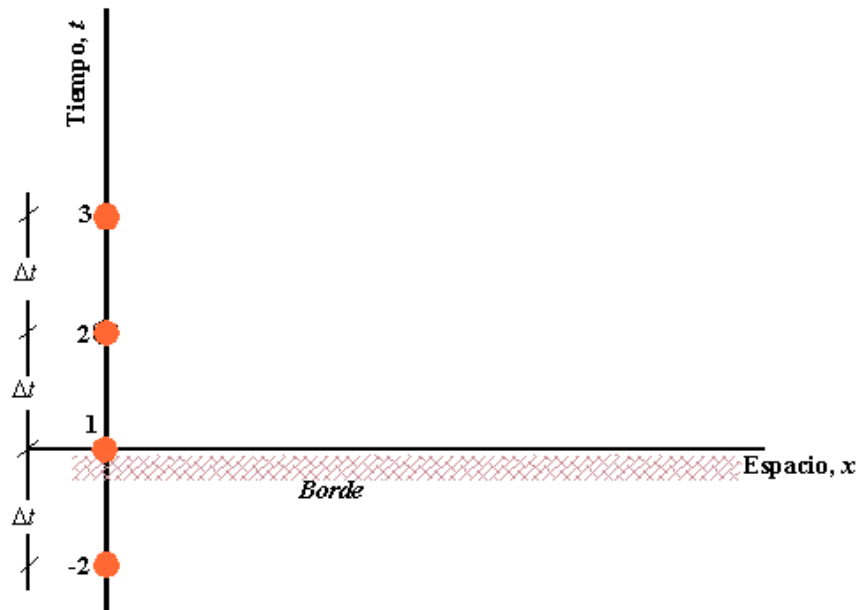


Figura 6.2 - Discretización en bordes

El punto indicado como 1 en la figura, está sobre el borde y los puntos 2 y 3 están a Δt y $2\Delta t$, respectivamente, del borde. Una aproximación en diferencias finitas de la derivada $\frac{\partial f}{\partial t}$ con un esquema en diferencias adelantado de primer orden sería:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{f_i^1 - f_i^2}{\Delta t} + O(\Delta t) \quad (6.19)$$

Un esquema centrado de segundo orden como el visto en la ecuación (6.10) falla porque requeriría un punto, como el ilustrado en la figura 6.2 como punto 2', el cual escapa del dominio computacional. Algunos autores, sin embargo, toman el valor $f_i^{2'} = f_i^2$, conocido como condición de borde refleja o de reflexión. En muchos casos, ésto no tiene sentido físico y resulta impreciso, e incluso no mejora el esquema adelantado de la ecuación (6.19) (Anderson, 1992).

Para obtener una aproximación en diferencias finitas de segundo orden en el borde, supóngase que la función f se puede expresar como un polinomio:

$$f = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 \quad (6.20)$$

que aplicado a los puntos de la grilla de la figura 6.2 resulta:

$$f_i^1 = a_0 \quad \text{para } t = 0 \quad (6.21.a)$$

$$f_i^2 = a_0 + a_1 \Delta t + a_2 \Delta t^2 \quad \text{para } t = \Delta t \quad (6.21.b)$$

$$f_i^3 = a_0 + a_1 (2\Delta t) + a_2 (2\Delta t)^2 \quad \text{para } t = 2\Delta t \quad (6.21.c)$$

resolviendo el sistema de ecuaciones (6.21) para a_1 se tiene:

$$a_1 = \frac{-3f_i^1 + 4f_i^2 - f_i^3}{2\Delta t} \quad (6.22)$$

si diferenciamos la ecuación (6.20):

$$\frac{\partial f}{\partial t} = a_1 + 2a_2 t \quad (6.23)$$

Evaluada en el borde para $t = 0$, la ecuación (6.23) resulta:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = a_1 \quad (6.24)$$

Combinando las ecuaciones (6.22) y (6.23):

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{-3f_i^1 + 4f_i^2 - f_i^3}{2\Delta t} \quad (6.25)$$

Considerando la expansión en serie de Taylor en torno al punto $(i,1)$:

$$f_i^t = f_i^1 + \frac{\partial f}{\partial t} \Delta t + \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} \frac{\Delta t^2}{2!} + \frac{\partial^3 f}{\partial t^3} \frac{\Delta t^3}{3!} + \dots \quad (6.26)$$

Comparando las ecuaciones (6.20) y (6.26) y asumiendo que la expresión polinómica es la misma que los primeros tres términos de la serie de Taylor, se puede decir que el orden de precisión de la ecuación (6.20) es $O(\Delta t^3)$. Dividiendo por Δt , el orden de la derivada de la ecuación (6.25) resulta $O(\Delta t^2)$ por lo cual (6.25) se puede escribir:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{-3f_i^1 + 4f_i^2 - f_i^3}{2\Delta t} + O(\Delta t^2) \quad (6.27)$$

La ecuación (6.27) es la representación en diferencias finitas de la derivada $\frac{\partial f}{\partial t}$ en el borde mediante un esquema centrado de segundo orden. Tanto la ecuación (6.19) como la ecuación (6.27) se denominan *diferencias finitas de un lado* porque expresan la derivada de la función de un solo lado del borde de la grilla.

6.4 Esquemas explícitos e implícitos

Como se ha visto, se pueden obtener distintos esquemas para representar las derivadas parciales de una ecuación diferencial: esquema progresivo o adelantado, esquema regresivo o atrasado, esquema centrado o de segundo orden.

Además de esta terminología, se pueden introducir los términos a) esquema explícito: si el cálculo de las derivadas parciales respecto a x se hacen con los valores de la función f en el paso de tiempo j (los cuales ya han sido determinados) y b) esquema implícito: si se utilizan los valores de la función f en el paso de tiempo $j+1$ (los cuales aún no han sido calculados).

La expresión general que puede tomar la derivada parcial $\frac{\partial f}{\partial x}$, obtenida como combinación de las ecuaciones (6.1) y (6.6) para los pasos de tiempo j y $j+1$ es:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial x} = & \Theta \frac{\alpha_1 (f_{i+1}^{j+1} - f_i^{j+1}) + (1 - \alpha_1)(f_i^{j+1} - f_{i-1}^{j+1})}{\Delta x} + \\ & + (1 - \Theta) \frac{\alpha_2 (f_{i+1}^j - f_i^j) + (1 - \alpha_2)(f_i^j - f_{i-1}^j)}{\Delta x} \end{aligned} \quad (6.28)$$

donde Θ es un coeficiente de ponderación en el tiempo (explícito, centrado o implícito), α_1 y α_2 son coeficientes de ponderación del tipo de esquema (adelantado, centrado o atrasado).

Si $\Theta = 0$, el esquema se dice que es explícito.

Si $\Theta = 0.5$, el esquema es implícito centrado en el tiempo.

Si $\Theta = 1$, el esquema es totalmente implícito.

Si $\alpha_1 = 1$ y $\alpha_2 = 1$, el esquema es progresivo o adelantado.

Si $\alpha_1 = 0.5$ y $\alpha_2 = 0.5$, el esquema es centrado.

Si $\alpha_1 = 0$ y $\alpha_2 = 0$, el esquema es regresivo o atrasado.

La derivada parcial de la función f respecto al tiempo t , se expresa en general bajo la forma:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \alpha \frac{(f_i^{j+1} - f_i^j)}{\Delta t} + (1 - \alpha) \frac{(f_{i+1}^{j+1} - f_{i+1}^j)}{\Delta t} \dots \quad (6.29)$$

donde $0 \leq \alpha \leq 1$. α es un coeficiente de ponderación en el espacio.

Una vez que todas las derivadas parciales de la función son expresadas por sus aproximaciones en diferencias finitas en los distintos nodos de la grilla, se las sustituyen dentro de la ecuación diferencial a resolver.

La ecuación diferencial se transforma en un sistema de N ecuaciones con N incógnitas (que son los valores de $f(i\Delta x, (j+1)\Delta t)$ para i variando de 1 hasta N).

Los esquemas en diferencias finitas son explícitos cuando las derivadas parciales respecto al tiempo se expresan en función de los valores de f en el tiempo $j+1$, mientras las derivadas espaciales se expresan en función de los valores de f en el tiempo j . El término explícito proviene del hecho que el valor de la incógnita a calcular, $f(i\Delta x, (j+1)\Delta t)$, se puede expresar explícitamente en cada paso de espacio, i , en función de los valores de f calculados en el tiempo $j\Delta t$.

Los esquemas son implícitos cuando Θ varía en el rango 0.5 a 1.0 y, por lo tanto, las derivadas parciales de la función f respecto a x se expresan en función de f en el tiempo $j+1$.

En los esquemas explícitos se pueden calcular los valores de f , barriendo todos los pasos de espacio, i , para cada paso de tiempo (resolución horizontal de la grilla). O también se pueden calcularlos barriendo todos los pasos de tiempo para cada paso de espacio (resolución vertical de la grilla).

En los esquemas implícitos se pueden calcular los valores de la función f en el paso de tiempo $j+1$, resolviendo el sistema formado por todas las ecuaciones algebraicas lineales del esquema.

En general, el sistema de ecuaciones es no lineal, ya que los coeficientes de las derivadas parciales de la función f son frecuentemente función de la variable dependiente. Para resolver un sistema matricial tal, se debe recurrir a métodos iterativos como por ejemplo Newton-Raphson. A continuación se enumeran algunas ventajas y desventajas de estos dos métodos.

6.4.1 Métodos explícitos

- a) Ventajas: resulta un método relativamente simple para establecer las ecuaciones y su correspondiente programación.

- b) Desventajas: en muchos casos, el paso de tiempo Δt a ser utilizado debe ser pequeño para mantener la estabilidad del método. Esto puede resultar en tiempos muy largos de ejecución en la computadora.

6.4.2 Métodos implícitos

- a) Ventajas: la estabilidad del método se puede mantener aún para valores de Δt muy grandes, usando una cantidad considerablemente menor de pasos de tiempo, por lo que resulta un menor tiempo de ejecución.
- b) Desventajas: el método y su programación resultan algo más complicados que el método explícito. Ello requiere el manejo de grandes matrices para cada paso de tiempo, por lo cual requiere mayor capacidad de almacenaje en memoria. Dado que se pueden tomar pasos de tiempo Δt más grandes, los errores por truncamiento pueden ser mayores.

6.5 Condiciones de estabilidad

Cuando se resuelve una ecuación diferencial en derivadas parciales por un esquema en diferencias finitas es necesario verificar la consistencia y la estabilidad numérica de dicho esquema. Esto permite asegurar la convergencia del resultado numérico hacia el resultado exacto. Un esquema en diferencias finitas es convergente si la solución que da tiende a la solución exacta cuando $\Delta x \rightarrow 0$ y $\Delta t \rightarrow 0$.

Los problemas de consistencia y de estabilidad son diferentes. Se puede resolver una ecuación diferencial con un error que se acumula, volviéndose inestable el esquema numérico. Por otra parte, es posible cometer un error de consistencia importante en cada paso de tiempo, aunque los parámetros del esquema verifiquen las condiciones de estabilidad.

Si bien no existe garantía para establecer la precisión y estabilidad de un sistema de ecuaciones en diferencias finitas para todas las condiciones, hay una manera formal para examinar la precisión y la estabilidad para las ecuaciones lineales. Esta metodología de análisis sólo es válida para las ecuaciones diferenciales lineales y aportan una idea para la comprensión del comportamiento de un sistema no lineal más complejo, que es el caso de las ecuaciones que gobiernan al flujo.

Sea una ecuación en derivadas parciales lineal como por ejemplo la ecuación parabólica (Anderson, 1992):

$$\frac{\partial f}{\partial t} - \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 0 \quad (6.31)$$

Supóngase que:

$$\frac{f_i^{j+1} - f_i^j}{\Delta t} = \frac{f_{i+1}^j - 2f_i^j + f_{i-1}^j}{\Delta x^2} \quad (6.32)$$

sea la correspondiente ecuación en diferencias finitas de la ecuación (6.31), considerando un esquema progresivo en la derivada respecto al tiempo y un esquema centrado de segundo orden para la derivada segunda del espacio.

La solución numérica de la ecuación (6.31) está influenciada por dos errores:

- a) Error de discretización: es la diferencia entre la solución analítica de la ecuación diferencial en derivadas parciales (6.31), y la solución de la ecuación en diferencias finitas (6.32). Este error es simplemente el error por truncamiento de la ecuación en diferencias finitas más algunos otros errores introducidos por el tratamiento numérico de las condiciones de borde.
- b) Error por redondeo: es el error numérico introducido después de un cierto número de cálculos repetitivos, en el que la computadora está constantemente redondeando los números a la cifra más significativa.

Si S_A es la solución analítica de la ecuación diferencial (6.31), S_E es la solución exacta de la ecuación en diferencias finitas (6.32) y S_N es la solución numérica obtenida del computador, se tiene que:

el error de discretización es: $\varepsilon_d = S_A - S_E$

y el error de redondeo es: $\varepsilon_r = S_N - S_E$

de donde:

$$S_N = S_E - \varepsilon_r \quad (6.33)$$

La solución numérica debe satisfacer la ecuación en diferencias finitas (6.32), entonces

$$\frac{S_{N_i}^{j+1} - S_{N_i}^j}{\Delta t} = \frac{S_{N_{i+1}}^j - 2S_{N_i}^j + S_{N_{i-1}}^j}{\Delta x^2} \quad (6.34)$$

Remplazando la ecuación (6.33) en la ecuación (6.34) se tiene:

$$\frac{S_{E_i}^{j+1} + \varepsilon_{r_i}^{j+1} - S_{E_i}^j - \varepsilon_{r_i}^j}{\Delta t} = \frac{S_{E_{i+1}}^j + \varepsilon_{r_{i+1}}^j - 2S_{E_i}^j - 2\varepsilon_{r_i}^j + S_{E_{i-1}}^j + \varepsilon_{r_{i-1}}^j}{\Delta x^2} \quad (6.35)$$

Dado que S_E es la solución exacta de la ecuación en diferencias finitas entonces satisface exactamente la ecuación (6.32):

$$\frac{S_{E_i}^{j+1} - S_{E_i}^j}{\Delta t} = \frac{S_{E_{i+1}}^j - 2S_{E_i}^j + S_{E_{i-1}}^j}{\Delta x^2} \quad (6.36)$$

Sustrayendo la ecuación (6.36) de la ecuación (6.35) se tiene:

$$\frac{\varepsilon_{r_i}^{j+1} - \varepsilon_{r_i}^j}{\Delta t} = \frac{\varepsilon_{r_{i+1}}^j - 2\varepsilon_{r_i}^j + \varepsilon_{r_{i-1}}^j}{\Delta x^2} \quad (6.37)$$

De la ecuación (6.37) se ve que el error ε_r también satisface la ecuación en diferencias finitas.

Los errores por redondeo están presentes en las etapas de la solución de la ecuación en diferencias finitas. La solución será estable si los errores ε_{r_i} disminuyen a medida que

la solución progresa desde el tiempo j a $j+1$. Por el contrario, si los errores se incrementan entre dos pasos sucesivos, entonces la solución es inestable. Para que una solución sea estable se debe verificar que:

$$\left| \frac{\varepsilon_{ri}^{j+1}}{\varepsilon_{ri}^j} \right| \leq 1 \quad (6.38)$$

Si se asume que la distribución del error a lo largo del eje x está dado por una serie de Fourier en x y que la variación en el tiempo t es exponencial:

$$\varepsilon(x,t) = e^{at} \sum_m^{\infty} e^{ik_m x} \quad (6.39)$$

donde k_m es el número de onda y a es un factor exponencial.

Como la ecuación en diferencias finitas es lineal, cuando se sustituye (6.39) en (6.37) el comportamiento de cada componente de la serie es el mismo que el de la serie misma, todos convergen con la misma velocidad (Fletcher,1991). Por lo tanto, para uno de los términos de la serie:

$$\varepsilon_m(x,t) = e^{at} e^{ik_m x} \quad (6.40)$$

Sustituyendo (6.40) en (6.37) se tiene:

$$\frac{e^{a(t+\Delta t)} e^{ik_m x} - e^{at} e^{ik_m x}}{\Delta t} = \frac{e^{at} e^{ik_m(x+\Delta x)} - 2e^{at} e^{ik_m x} + e^{at} e^{ik_m(x-\Delta x)}}{\Delta x^2} \quad (6.41)$$

operando y sacando factor común se llega a:

$$\frac{e^{a\Delta t} - 1}{\Delta t} = \frac{e^{ik_m \Delta x} - 2 + e^{-ik_m \Delta x}}{\Delta x^2} \quad (6.42)$$

despejando:

$$e^{a\Delta t} = 1 + \frac{\Delta t}{\Delta x^2} (e^{ik_m \Delta x} + e^{-ik_m \Delta x} - 2) \quad (6.43)$$

Recordando la identidad:

$$\cos(k_m \Delta x) = \frac{e^{ik_m \Delta x} + e^{-ik_m \Delta x}}{2} \quad (6.44)$$

entonces la ecuación (6.43) se puede reescribir:

$$e^{a\Delta t} = 1 + \frac{2\Delta t}{\Delta x^2} [\cos(k_m \Delta x) - 1] \quad (6.45)$$

Recordando la identidad trigonométrica:

$$\text{sen}^2\left(\frac{k_m \Delta x}{2}\right) = \frac{1 - \cos(k_m \Delta x)}{2} \quad (6.46)$$

y reemplazando en (6.45) se tiene:

$$e^{a\Delta t} = 1 - \frac{4\Delta t}{\Delta x^2} \text{sen}^2\left(\frac{k_m \Delta x}{2}\right) \quad (6.47)$$

Teniendo en cuenta la ecuación (6.40) se puede escribir:

$$\frac{\mathcal{E}_{ri}^{j+1}}{\mathcal{E}_{ri}^j} = \frac{e^{a(t+\Delta t)} e^{ik_m x}}{e^{at} e^{ik_m x}} = e^{a\Delta t} \quad (6.48)$$

Combinando las ecuaciones (6.38),(6.47) y (6.48) resulta:

$$\left| \frac{\mathcal{E}_{ri}^{j+1}}{\mathcal{E}_{ri}^j} \right| = |e^{a\Delta t}| = \left| 1 - \frac{4\Delta t}{\Delta x^2} \text{sen}^2\left(\frac{k_m \Delta x}{2}\right) \right| \leq 1 \quad (6.49)$$

Para que la solución sea estable se debe satisfacer (6.49), tal como se estableció en (6.38). En (6.49) el factor: $\left| 1 - \frac{4\Delta t}{\Delta x^2} \text{sen}^2\left(\frac{k_m \Delta x}{2}\right) \right|$ se denomina factor de amplificación, el cual se denota con la letra G , de modo que se debe cumplir $|G| \leq 1$. Hay dos posibles situaciones las cuales se dan simultáneamente:

Caso A:

$$1 - \frac{4\Delta t}{\Delta x^2} \text{sen}^2\left(\frac{k_m \Delta x}{2}\right) \leq 1 \quad (6.50)$$

o sea:

$$\frac{4\Delta t}{\Delta x^2} \operatorname{sen}^2\left(\frac{k_m \Delta x}{2}\right) \geq 0 \quad (6.51)$$

Como $\frac{\Delta t}{\Delta x^2}$ siempre es positivo, el caso A siempre se verifica.

Caso B:

$$1 - \frac{4\Delta t}{\Delta x^2} \operatorname{sen}^2\left(\frac{k_m \Delta x}{2}\right) \geq -1 \quad (6.52)$$

operando, se llega a:

$$\frac{\Delta t}{\Delta x^2} \operatorname{sen}^2\left(\frac{k_m \Delta x}{2}\right) \leq \frac{1}{2} \quad (6.53)$$

como $\operatorname{sen}^2\left(\frac{k_m \Delta x}{2}\right)$ puede tomar valores entre 0 y 1, la condición más desfavorable es

$\operatorname{sen}^2\left(\frac{k_m \Delta x}{2}\right) = 1$, entonces para que se verifique el caso B se debe cumplir:

$$\frac{\Delta t}{\Delta x^2} \leq \frac{1}{2} \quad (6.54)$$

La condición (6.54) establece el requisito de estabilidad para que la solución de la ecuación en diferencias finitas (6.32) sea estable. Evidentemente que para un valor de Δx dado, el valor de Δt deberá ser tal que satisfaga la condición (6.54). En la medida que la condición (6.54) sea cumplida el error no crecerá en los pasos de tiempo subsiguientes y la solución numérica progresará de forma estable. Por el contrario si $\frac{\Delta t}{\Delta x^2} > \frac{1}{2}$, el error se vuelve cada vez mayor y eventualmente provoca la falla del programa.

Este análisis se conoce como *método de estabilidad de Von Neuman*, el cual se utiliza frecuentemente en el estudio de la estabilidad de las ecuaciones en diferencias finitas lineales.

Sea, por ejemplo, una ecuación diferencial hiperbólica como la ecuación de la onda:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + C \frac{\partial f}{\partial x} = 0 \quad (6.55)$$

donde C es la celeridad de la onda.

Si se reemplaza la derivada espacial por un esquema en diferencias finitas centrado de segundo orden:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f_{i+1}^j - f_{i-1}^j}{2\Delta x} \quad (6.56)$$

Si se reemplaza la derivada temporal por un esquema en diferencias finitas progresivo, donde f_i^j es un valor promedio entre los puntos $(i+1)$ y $(i-1)$ de la grilla, de modo que:

$$f_i^j = \frac{1}{2}(f_{i+1}^j + f_{i-1}^j) \quad (6.57)$$

Entonces:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{f_i^{j+1} - f_i^j}{\Delta t} = \frac{f_i^{j+1} - \frac{1}{2}(f_{i+1}^j + f_{i-1}^j)}{\Delta t} \quad (6.58)$$

Esta diferenciación (6.58), se denomina método de Lax por ser el matemático Peter Lax quien la propuso por primera vez.

Substituyendo las ecuaciones (6.56) y (6.58) en la ecuación (6.55) y operando se tiene:

$$f_i^{j+1} = \frac{f_{i+1}^j + f_{i-1}^j}{2} - C \frac{\Delta t}{\Delta x} \left(\frac{f_{i+1}^j - f_{i-1}^j}{2} \right) \quad (6.59)$$

Asumiendo que el error tiene la forma $\varepsilon(x,t) = e^{at} e^{ik_m x}$ como se ha hecho previamente, y se lo reemplaza en el esquema de la ecuación (6.59), operando y simplificando se llega a la siguiente expresión del factor de amplificación G :

$$G = e^{a\Delta t} = \frac{e^{ik_m\Delta t} + e^{-ik_m\Delta t}}{2} - C \frac{\Delta t}{\Delta x} \frac{e^{ik_m\Delta x} - e^{-ik_m\Delta x}}{2} \quad (6.60)$$

pero

$$\cos(k_m \Delta x) = \frac{e^{ik_m\Delta t} + e^{-ik_m\Delta t}}{2} \quad (6.61)$$

y

$$i \operatorname{sen}(k_m \Delta x) = \frac{e^{ik_m\Delta t} - e^{-ik_m\Delta t}}{2} \quad (6.62)$$

Reemplazando las ecuaciones (6.61) y (6.62) en (6.60) se tiene:

$$e^{a\Delta t} = \cos(k_m \Delta x) - i C \frac{\Delta t}{\Delta x} \operatorname{sen}(k_m \Delta x) \quad (6.63)$$

Para que una solución sea estable se tiene que verificar la condición (6.38), o sea que $|e^{a\Delta t}| \leq 1$. De modo que aplicando la ecuación (6.63) resulta:

$$C_r = C \frac{\Delta t}{\Delta x} \leq 1 \quad (6.64)$$

donde C_r se conoce como Número de Courant.

Esto quiere decir que para un Δx dado, el intervalo de tiempo Δt que se adopte deberá ser tal que verifique que:

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x}{C} \quad (6.65)$$

para que la solución sea estable. El cumplimiento de la condición de Courant es una condición necesaria pero no suficiente para la estabilidad de un esquema explícito (Courant y Friedrichs, 1948).

Como se ha indicado previamente, los esquemas explícitos e implícitos tienen condiciones de estabilidad numérica diferentes. En general, los esquemas explícitos tienen condiciones de estabilidad más restringidos que los esquemas implícitos. Los esquemas

explícitos requieren frecuentemente la elección de Δt pequeños, como es el caso del utilizado por el bloque Extran (SWMM), el cual se describe en el ítem 7.5.

6.6 Difusión numérica

Cuando se resuelve una ecuación diferencial a través de un esquema numérico, además de conocer las condiciones de estabilidad numérica y de bordes, es también necesario conocer la difusión numérica producida por el esquema numérico utilizado (Kovacs, 1988).

En general los esquemas de discretización espacial centrados de segundo orden como los de las ecuaciones (6.32) y (6.56) tienen una precisión formal alta. Sin embargo, en los problemas encontrados en la dinámica de los fluidos, estos esquemas de discretización espacial conducen a oscilaciones espurias debido a la falta de disipación o difusión numérica (Degrez, 1995).

La ecuación de onda (6.55) describe el transporte de la cantidad de fluido f con velocidad C . Una solución particular de dicha ecuación es la solución periódica:

$$f = e^{ik_m(x-Ct)} = e^{ik_mx} e^{-ik_m Ct} \quad (6.66)$$

la cual representa la propagación no atenuada de una onda de longitud $\frac{2\pi}{k_m}$

El factor de amplificación para la solución exacta es:

$$\frac{f(x, t + \Delta t)}{f(x, t)} = e^{ik_m C \Delta t} = e^{i\eta Cr} \quad (6.67)$$

donde $Cr = C \frac{\Delta t}{\Delta x}$ es el número de Courant y $\eta = k_m \Delta x$ es el número de onda adimensional.

El factor de amplificación resulta:

$$\frac{f_i^{j+1}}{f_i^j} = G(\eta, C_r) \quad (6.68)$$

Para la estabilidad se debe verificar que $|G(\eta, C_r)| \leq 1$ para todo η . La diferencia entre $|G(\eta, C_r)|$ y 1 se denomina *error de disipación* o *error de difusión numérica*. Esta es entonces la definición de la difusión numérica.

Si se considera ahora la ecuación de la onda difusiva:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + C \frac{\partial f}{\partial x} = D \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \quad (6.69)$$

una solución particular es la solución periódica:

$$f = e^{ik_m(x-Ct)} e^{-Dk_m^2 t} \quad (6.70)$$

El factor de amplificación será:

$$G = \frac{f_i^{j+1}}{f_i^j} = e^{-ik_m C \Delta t} e^{-Dk_m^2 \Delta t} = e^{-i\eta C_r} e^{-\frac{D}{C \Delta x} \eta^2 C_r} \quad (6.71)$$

Esta expresión es la misma que la ecuación (6.67), pero multiplicada por el factor $e^{\frac{-D}{C \Delta x} \eta^2 C_r}$.

En este caso, una onda pura se propaga con una velocidad C pero se atenúa con el tiempo como se muestra en la figura 6.3 (Degrez, 1995).

Cuando en una solución numérica $|G(\eta, C_r)| < 1$ para un número de onda adimensional, η , esto produce una atenuación de la onda con el tiempo análogo al de la ecuación de difusión. Esta es la razón por la cual la difusión numérica, definida como la diferencia entre $|G(\eta, C_r)|$ y 1 se asocia al fenómeno de difusión viscosa.

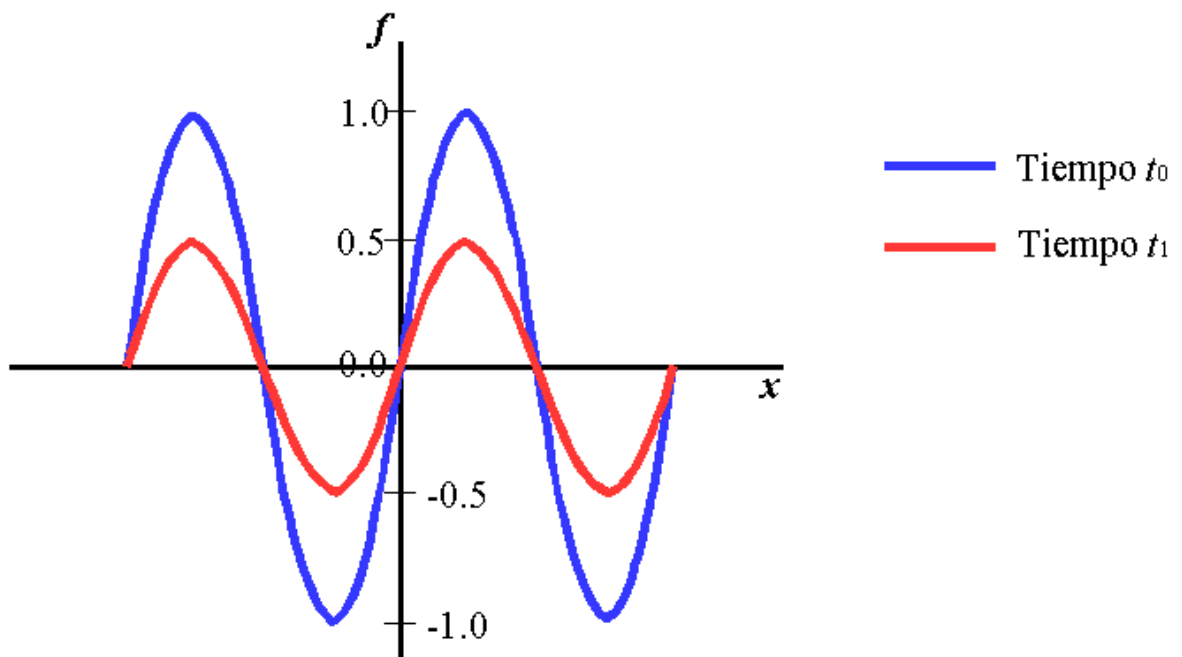


Figura 6.3 – Atenuación de una onda

En el anexo A, se presenta una serie de ensayos numéricos del modelo Extran, realizados con el objeto de evaluar la sensibilidad del mismo ante variaciones de valores de algunos parámetros computacionales, geométricos e hidráulicos, tales como el intervalo de tiempo computacional Δt , el incremento de longitud Δx , la pendiente de conductos y el coeficiente de rugosidad de conductos.

Capítulo 7

El Storm Water Management Model (SWMM)

7.1 Introducción

Los problemas hídricos en el ámbito urbano han tenido sus inicios precisamente con el desarrollo de los asentamientos humanos y han adquirido una gran importancia en éstas últimas décadas. Con el advenimiento de las modernas computadoras que permiten realizar un sin número de cálculos a alta velocidad, se han desarrollado herramientas cada vez más potentes y sofisticadas para el análisis de los problemas de escurrimiento urbano.

Una de estas herramientas es el Storm Water Management Model, más conocido por sus iniciales SWMM. Se trata de un modelo matemático que permite la simulación de escurrimientos y de calidad de agua urbanos.

Este modelo fue desarrollado a principios de la década del 70 (Metcalf y Eddy Inc., 1971) y desde entonces fue actualizado y mejorado de acuerdo a los nuevos requerimientos informáticos, siendo quizás uno de los modelos más conocidos y ampliamente usados. Originalmente fue desarrollado como modelo de evento único pero la versión 4.0 permite

la simulación tanto en forma de evento único como de evento continuo (Huber y Dickinson,1992).

El modelo SWMM está organizado en bloques computacionales: Runoff, Transport, Extran, Storage/Treatment, Statistics y otros, además del bloque Executive, que permite la ejecución coordinada de todos ellos. Los bloques pueden ser corridos secuencialmente o por separado generando archivos de interfase que permiten ser utilizados como entrada al siguiente bloque. Particularmente, en este trabajo se aplican los bloques Runoff y Extran, los que se describen a continuación.

7.2 El Bloque Runoff

Este bloque permite simular el proceso de transformación precipitación - escorrentía. Es el encargado de calcular escurrimiento superficial y subsuperficial en base a la topografía, hietogramas, condiciones antecedentes y uso del suelo. Realiza la propagación del flujo y de la carga contaminante tanto en cuenca como en cauce, considerándolos como reservorios no lineales arealmente concentrados.

La cuenca urbana se esquematiza como un conjunto de subcuencas, de características hidrológicas homogéneas. Cada subcuenca, se subdivide a su vez en tres áreas: permeable (A1), impermeable con almacenamiento en depresión (A2) e impermeable sin almacenamiento en depresión (A3), todo lo cual se esquematiza en la figura 7.1. La propagación o ruteo del flujo en canales y conductos se realiza en forma análoga a las subcuencas.

Para descontar las pérdidas por infiltración en las áreas permeables se utilizan opcionalmente las ecuaciones de Horton (1933, 1940) (7.1) ó de Green-Ampt (1911) (7.2):

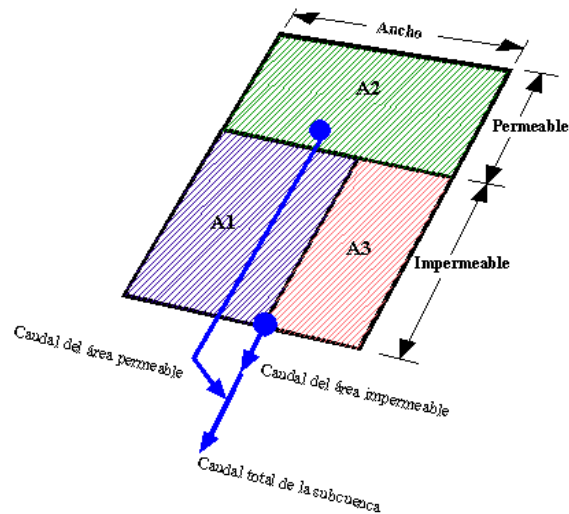


Figura 7.1 – Esquema de las subcuencas

La ecuación de Horton es:

$$f_p = f_c + (f_o - f_c)e^{-\alpha t} \quad (7.1)$$

donde f_p es la capacidad de infiltración del suelo, f_c es el valor mínimo de infiltración del suelo para un tiempo $t = \infty$, f_o es el valor inicial de la capacidad de infiltración, t es el tiempo desde el inicio de la tormenta y α es un exponente, coeficiente de decaimiento de la curva.

La ecuación de Green-Ampt es:

a) Para $F_a < F_s$; $f = I$ y:

$$F_s = \frac{s IMD}{\frac{I}{K_s} - 1} \quad (7.2)$$

para todo $I > K_s$ y F_s no se calcula para $I \leq K_s$.

b) Para $F_a \geq F_s$; $f = f_p$ y:

$$f_p = K_s \left(1 + \frac{s \text{IMD}}{F_a} \right) \quad (7.3)$$

siendo f la velocidad de infiltración, f_p la capacidad de infiltración, I intensidad de lluvia. F_a es el volumen de infiltración acumulado, F_s , el volumen de infiltración acumulado requerido para causar saturación en superficie, s es la succión capilar media en el frente de humedad, IMD , el déficit inicial de humedad para el evento y K_s , la conductividad hidráulica saturada del suelo.

7.3 Ecuaciones básicas del modelo Runoff

Se asume que las subcuencas se comportan como reservorios no lineales, en los que se relacionan sus entradas y salidas. En la figura 7.2 se muestra un esquema del reservorio no lineal.

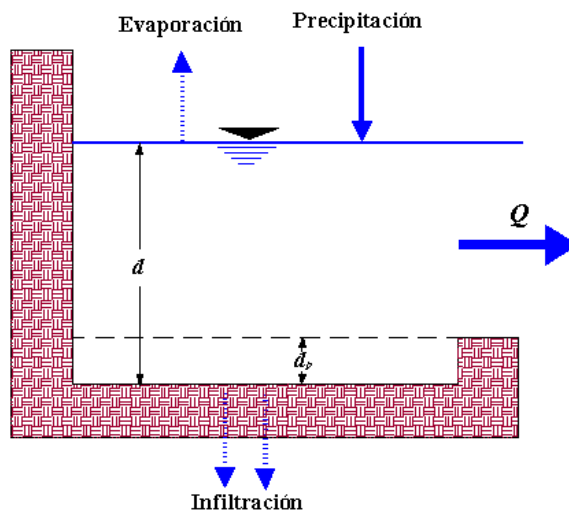


Figura 7.2 – Esquema del reservorio no lineal

El caudal de salida de la subcuenca hacia los canales o tuberías se calcula como el producto de la velocidad, obtenida de la ecuación de Manning, la profundidad y el ancho de escurrimiento (Huber W. y Dickinson R., 1992). Esto significa despreciar los términos de inercia y presión de la ecuación dinámica:

$$Q = W \frac{(d - d_p)^{5/3}}{n} S^{1/2} \quad (7.4)$$

donde W es el ancho de la subcuenca, n es el coeficiente de rugosidad de Manning, d es el tirante de agua en el reservorio, d_p es la profundidad del almacenamiento en depresión y S es la pendiente de la subcuenca.

La ecuación de continuidad es:

$$\frac{dV}{dt} = A \frac{dd}{dt} = AI - Q \quad (7.5)$$

siendo V el volumen de agua en la subcuenca, t , el tiempo, A , el área superficial de la subcuenca, I es la lluvia en exceso y Q es el caudal a la salida.

Combinando las ecuaciones (7.4) y (7.5) se obtiene la ecuación diferencial del reservorio no lineal:

$$\frac{dd}{dt} = I - W \frac{(d - d_p)^{5/3}}{A n} S^{1/2} \quad (7.6)$$

La ecuación (7.6) se resuelve en cada paso de tiempo mediante un esquema de diferencias finitas simple, la cual resulta ser:

$$\frac{d_2 - d_1}{\Delta t} = I - \frac{W S^{1/2}}{A n} \left(d_1 + \frac{1}{2}(d_2 - d_1) - d_p \right)^{5/3} \quad (7.7)$$

Los subíndices 1 y 2 en la ecuación indican el inicio y el fin de un paso de tiempo, respectivamente y Δt es el intervalo de tiempo.

La ecuación discretizada del reservorio no lineal se resuelve para la incógnita d_2 mediante el método iterativo de Newton-Raphson (Huber W. y Dickinson R., 1992).

El almacenamiento en depresión representa la abstracción inicial causada por fenómenos tales como el encharcamiento superficial, el humedecimiento de la superficie, la intercepción y la evaporación.

Algunos valores de d_p han sido obtenidos experimentalmente en pequeñas cuencas urbanas altamente impermeables, estableciéndose una curva de ajuste en función de la pendiente media (Kidd, 1978), cuya expresión es:

$$d_p = 0.0303 S^{-0.49} \quad (7.8)$$

donde S es la pendiente media de la cuenca, expresada en porcentaje.

Existen también valores de d_p estimados por autores americanos provenientes de algunas pequeñas áreas urbanas de Estados Unidos (Viessman y otros, 1977), los cuales resultan algo superiores a los valores europeos.

El agua almacenada como almacenamiento en depresión está sujeta al fenómeno de evaporación. En general, este fenómeno tiene poca incidencia en las simulaciones de evento único, por lo cual no es tenido en cuenta. Sin embargo, puede ser significativo en la simulación continua, en cuyo caso se ingresa una tasa de evaporación media diaria mensual.

7.4 El parámetro W

Si se idealiza la subcuenca como un plano rectangular inclinado, entonces el ancho de la subcuenca es el ancho físico del escurrimiento en el plano (figura 7.3) y puede calcularse como:

$$W = \frac{A}{L} \quad (7.9)$$

donde A es el área de la subcuenca y L es la longitud media del flujo.

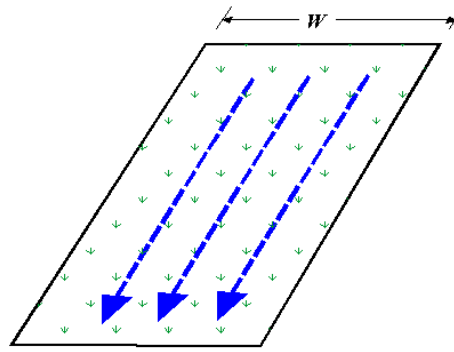


Figura 7.3 – Esquema de idealización de la cuenca según un único plano

Si la subcuenca se idealiza como dos planos simétricos aportantes a un canal central (figura 7.4), el ancho total es dos veces la longitud del canal de drenaje:

$$W = 2L \quad (7.10)$$

En general, las subcuencas reales no son rectangulares ni tienen propiedades de simetría y uniformidad (figura 7.5), por lo cual se recurre a otro procedimiento para obtener el ancho de la subcuenca.

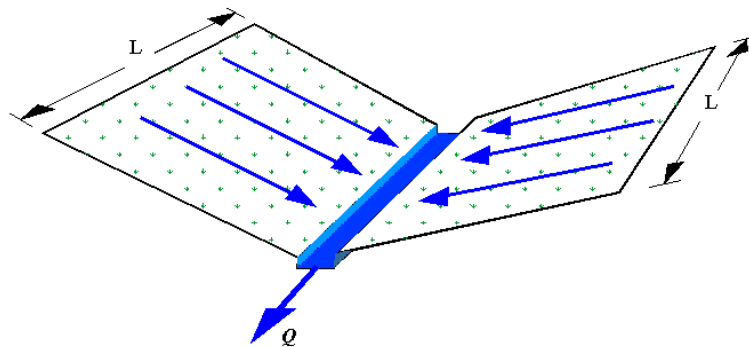


Figura 7.4 – Esquema de idealización de la cuenca según dos planos simétricos

Para resolver este último caso se introduce un factor de sesgo (Digiano et al., 1977) el cual se calcula de la siguiente forma:

$$S_k = \frac{A_2 - A_1}{A} \quad (7.11)$$

siendo S_k el factor de sesgo, $0 \leq S_k \leq 1$. A_1 el área menor de un lado del canal de drenaje, A_2 el área mayor del otro lado del canal y A , el área total de la subcuenca. W se estima como:

$$W = (2 - S_k)L \quad (7.12)$$

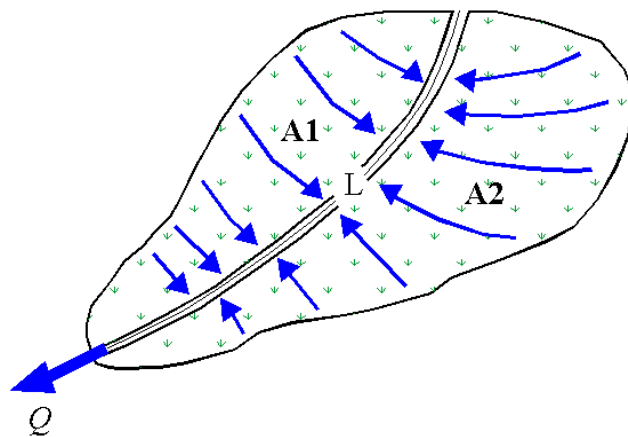


Figura 7.5 – Esquema de idealización de la cuenca según dos planos asimétricos

El tiempo de concentración es el tiempo que tarda en viajar la onda desde el punto más remoto de la cuenca hasta la salida. Expresándolo mediante la formulación de la onda cinemática:

$$t_c = \left(\frac{L}{\alpha I^{m-1}} \right)^{1/m} \quad (7.13)$$

donde t_c es el tiempo de concentración, L la longitud de la subcuenca, I es el exceso de precipitación a la que se le han descontado las pérdidas, y donde α y m son parámetros de la onda cinemática. Es evidente que si el ancho de la subcuenca disminuye, la longitud del flujo aumenta para la misma superficie y en consecuencia aumenta el tiempo de concentración t_c .

En el proceso de propagación a través de un reservorio no lineal como el planteado en el bloque Runoff, el parámetro W tiene el siguiente efecto sobre el hidrograma: si W disminuye, el hidrograma se amortigua y si W aumenta, el hidrograma se empunta, alcanzando el flujo más rápidamente la salida. Por otro lado, según la idealización que el modelista haga de las subcuencas serán las ecuaciones que utilice para determinar los valores de W , existiendo variaciones relativamente importantes en la simulación de los caudales en uno u otro caso (Macor J., 1998).

7.5 El Bloque Extran

Extend Transport Model (EXTRAN) es un modelo hidrodinámico de propagación de flujo en canales abiertos o conductos cerrados. Permite simular la propagación o ruteo dinámico del flujo a través del sistema de drenaje pluvial (canales, conductos, uniones y estructuras especiales), en ramas o en mallas, remansos, flujo a superficie libre, flujo a presión o sobrecarga, flujos inversos, transferencia de flujo a través de vertederos, orificios y dispositivos de bombeo, almacenamientos, etc. Además puede simular canales o conductos con secciones de diferentes tipos: circular, rectangular, herradura, ovoide, trapezoidal, parabólica y naturales.

7.6 Antecedentes del modelo Extran

Extran fue desarrollado originalmente en 1973 para la ciudad de San Francisco, California. Su denominación era WRE Transport Model pero se lo conoció más simplemente como modelo San Francisco. En 1974, la Agencia de Protección del Medioambiente de Estados Unidos (US EPA), adquirió los derechos del modelo y lo incorporó al paquete del modelo SWMM, llamándolo Extended Transport Model (Extran) para distinguirlo del bloque Transport desarrollado por la Universidad de Florida como

parte original del programa SWMM. Desde entonces, el modelo ha sido refinado, particularmente en la forma en que la propagación del flujo es ejecutada bajo condiciones de sobrecarga.

7.7 Representación conceptual del modelo Extran

El sistema de drenaje se esquematiza como un conjunto de conductos (enlaces) interconectados por medio de nodos o uniones. Considera la hipótesis de flujo no permanente unidimensional gradualmente variado, representado por las ecuaciones de Saint Venant (Lai, 1986).

En las figuras 7.6a y 7.6b se muestran la esquematización del sistema, como una red de conductos conectados a nodos. Los conductos y nodos tienen propiedades bien definidas, que permiten la representación total de la red de drenaje. El concepto enlace-nodo resulta muy útil para representar dispositivos de control del flujo.

Los enlaces transmiten el flujo de nodo a nodo. Las propiedades asociadas a los enlaces son la rugosidad, la longitud, el área de la sección transversal, el radio hidráulico y el ancho superficial de los conductos. Las tres últimas propiedades son funciones del tirante del flujo. En los enlaces, el modelo determina el caudal correspondiente al flujo medio que escurre por cada conducto suponiendo que es constante durante el paso de tiempo.

Los nodos son elementos de almacenamiento del sistema y se corresponden con las cámaras de inspección o uniones de conductos del sistema físico. Las variables asociadas a los nodos son el volumen, la carga hidráulica y el área superficial. La variable dependiente es la carga hidráulica H (nivel del pelo de agua), que se asume variante en el tiempo, pero constante dentro de un nodo cualquiera. El gráfico de la carga hidráulica respecto a la distancia a lo largo de la red de drenaje es la línea del gradiente hidráulico. Las entradas al

sistema (hidrogramas de entrada) como las salidas se ubican en los nodos del sistema idealizado.

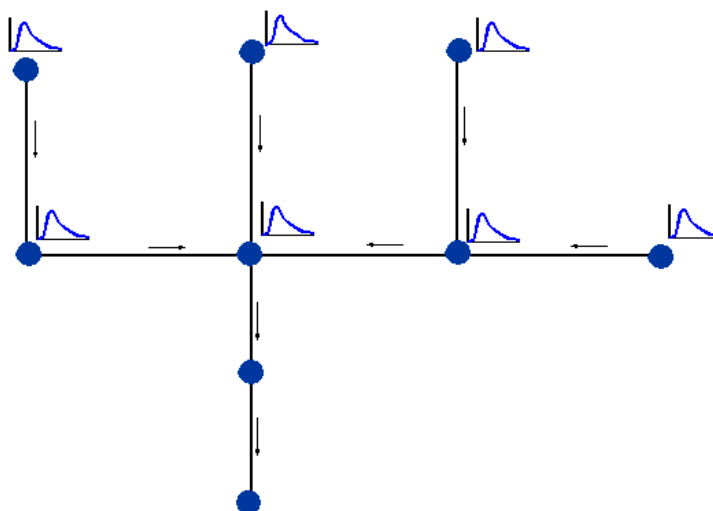


Figura 7.6a – Esquematización del sistema de drenaje para el modelo Extran

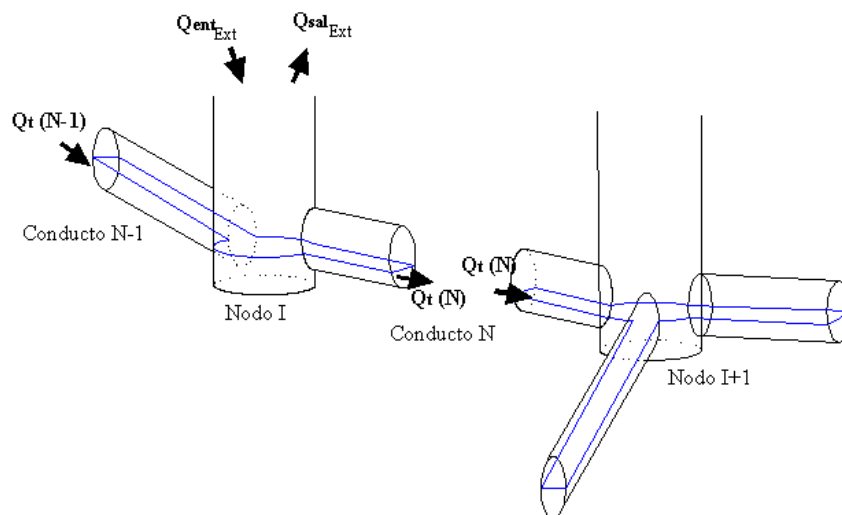


Figura 7.6b – Esquematización de nodos y conductos para el modelo Extran

7.8 Ecuaciones básicas del modelo Extran

Las ecuaciones diferenciales básicas para el problema del flujo en drenajes pluviales provienen de las ecuaciones del flujo impermanente unidimensional,

gradualmente variado para canales abiertos, con ecuaciones conocidas comúnmente como ecuaciones de Saint Venant (4.1) y (4.2).

En el modelo Extran, las ecuaciones de continuidad y cantidad de movimiento se combinan resultando una ecuación que debe ser resuelta en cada enlace-nodo y en cada paso de tiempo. La ecuación combinación resulta ser (Roessner y otros, 1992):

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + gAS_f - 2V \frac{\partial A}{\partial t} - V^2 \frac{\partial A}{\partial x} + gA \frac{\partial H}{\partial x} = 0 \quad (7.14)$$

donde Q es el caudal a través del conducto, V es la velocidad media en el conducto, A es el área de la sección transversal del flujo, H es la carga hidráulica (elevación del umbral del conducto más el tirante de agua) y S_f la pendiente de fricción.

La pendiente de fricción se expresa a partir de la ecuación de Manning como:

$$S_f = \frac{n^2 Q |V|}{AR_h^{4/3}} \quad (7.15)$$

donde n es el coeficiente de rugosidad de Manning y R_h es el radio hidráulico.

El uso del valor absoluto en el término de la velocidad permite que S_f sea una cantidad direccional y asegura que la fuerza de fricción sea siempre opuesta al flujo. Sustituyendo la ecuación (7.15) en (7.14) se tiene:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + g \frac{n^2 Q |V|}{R_h^{4/3}} - 2V \frac{\partial A}{\partial t} - V^2 \frac{\partial A}{\partial x} + gA \frac{\partial H}{\partial x} = 0 \quad (7.16)$$

Expresando la ecuación (7.16) en diferencias finitas mediante un esquema adelantado:

$$\frac{Q_{t+\Delta t} - Q_t}{\Delta t} + \frac{gn^2}{R_h^{4/3}} Q_{t+\Delta t} |V| - 2V \frac{A_{t+\Delta t} - A_t}{\Delta t} - V^2 \frac{A_2 - A_1}{L} + gA \frac{H_2 - H_1}{L} = 0 \quad (7.17)$$

siendo Δt el paso de tiempo y L la longitud del conducto. Los subíndices 1 y 2 denotan las secciones de inicio y fin del conducto, respectivamente.

Despejando:

$$Q_{t+\Delta t} = \frac{1}{1 + \frac{gn^2\Delta t}{R_h^{4/3}}|V|} \left(Q_t + 2V(A_{t+\Delta t} - A_t) + V^2 \frac{A_2 - A_1}{L} \Delta t - gA \frac{H_2 - H_1}{L} \Delta t \right) \quad (7.18)$$

Las incógnitas de la ecuación (7.18) son $Q_{t+\Delta t}$, H_2 y H_1 . Las variables V , R_h y A se pueden relacionar con Q y H . No obstante, se requiere otra ecuación que relacione Q y H . Esta ecuación se puede obtener a partir de la ecuación de continuidad en un nodo:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\sum Q_t}{A_{S_t}} \quad (7.19)$$

donde A_{S_t} es el área superficial del nodo que se considera.

La ecuación (7.19) expresada en diferencias finitas mediante un esquema adelantado resulta:

$$\frac{H_{t+\Delta t} - H_t}{\Delta t} = \frac{\sum Q_t}{A_{S_t}} \quad (7.20)$$

despejando se tiene:

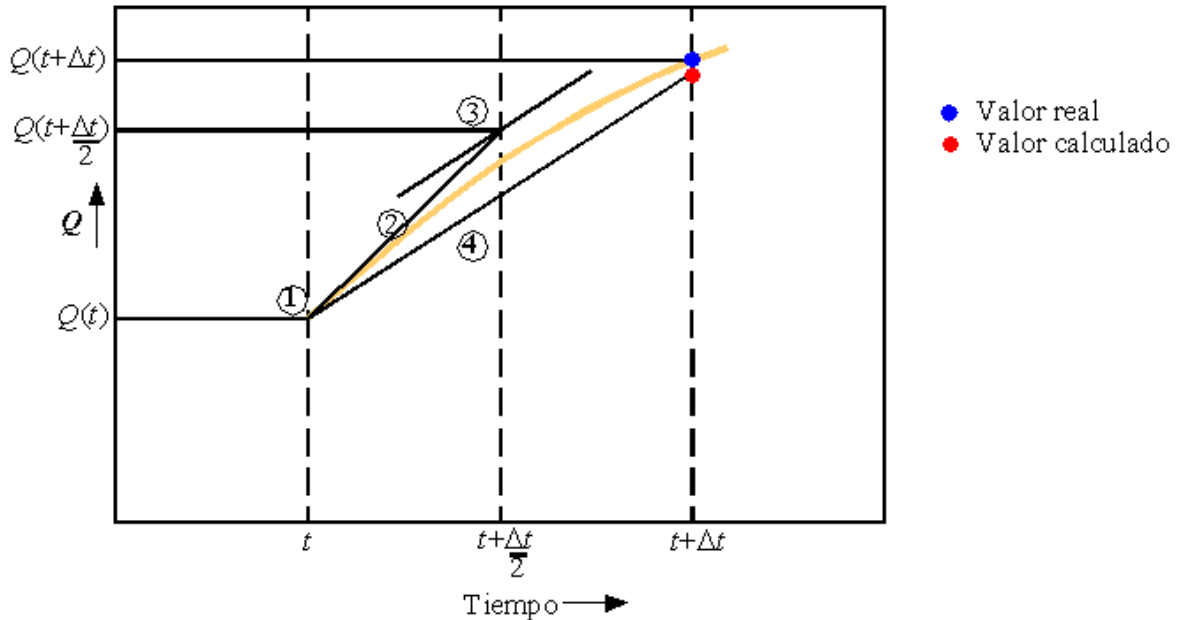
$$H_{t+\Delta t} = H_t + \frac{\sum Q_t \Delta t}{A_{S_t}} \quad (7.21)$$

7.9 Solución de la ecuación del flujo

Las ecuaciones (7.18) y (7.21) pueden ser resueltas secuencialmente a fin de determinar el caudal en cada enlace o conducto y la carga hidráulica en cada nodo, en un cierto paso de tiempo Δt . El modelo Extran realiza la integración numérica de estas dos ecuaciones mediante el método de Euler modificado. Los resultados obtenidos con éste método han probado ser relativamente precisos y estables cuando se siguen ciertas restricciones (Roessner y otros, 1992). En la figura 7.7 se muestra esquemáticamente el proceso del método de Euler modificado para la ecuación de descarga. Las tres primeras

operaciones determinan la pendiente $\frac{\partial Q}{\partial t}$ para el paso de tiempo medio, $t + \frac{\Delta t}{2}$. El método

asume que la pendiente al tiempo $t + \frac{\Delta t}{2}$ es la pendiente media en todo el intervalo Δt .



- 1 - Se calcula $\left(\frac{\partial Q}{\partial t}\right)_t$ en el tiempo t .
- 2 - Se proyecta $Q\left(t + \frac{\Delta t}{2}\right)$ como $Q\left(t + \frac{\Delta t}{2}\right) = Q(t) + \left(\frac{\partial Q}{\partial t}\right)_t \frac{\Delta t}{2}$.
- 3 - Se calcula $\left(\frac{\partial Q}{\partial t}\right)_{t + \frac{\Delta t}{2}}$ en $t + \frac{\Delta t}{2}$.
- 4 - Se proyecta $Q(t + \Delta t)$ como $Q(t + \Delta t) = Q(t) + \left(\frac{\partial Q}{\partial t}\right)_{t + \frac{\Delta t}{2}} \Delta t$.

Figura 7.7 – Esquema del método de Euler modificado

Los cálculos correspondientes al paso de tiempo medio y al paso de tiempo completo para la carga hidráulica se muestran a continuación:

Para el paso de tiempo medio en el nodo i (tiempo $t + \frac{\Delta t}{2}$):

$$H_i^{t+\frac{\Delta t}{2}} = H_i^t + \frac{\left(\frac{1}{2} \sum \overbrace{(Q^{t+\frac{\Delta t}{2}} + Q^t)}^a + \sum \overbrace{Q^{t+\frac{\Delta t}{2}}}^b \right) \frac{\Delta t}{2}}{A_{S_i}^t} \quad (7.22)$$

para el tiempo completo en el nodo i (tiempo $t + \Delta t$):

$$H_i^{t+\Delta t} = H_i^t + \frac{\left(\frac{1}{2} \sum \overbrace{(Q^{t+\Delta t} + Q^t)}^a + \sum \overbrace{Q^{t+\Delta t}}^b \right) \Delta t}{A_{S_i}^t} \quad (7.23)$$

donde a : conductos, escorrentía superficial y b : derivaciones, bombeos y salidas.

Se puede ver que en el cálculo de la carga hidráulica en el paso de tiempo medio, el modelo utiliza el caudal determinado en el paso de tiempo medio en todos los conductos conectados a ese nodo. Igualmente, para el cálculo de la carga hidráulica en el paso de tiempo completo, utiliza el caudal obtenido en el tiempo $t + \Delta t$ en todos los conductos asociados al nodo.

7.10 Estabilidad numérica del modelo Extran

El método de Euler modificado resulta una solución completamente explícita, en la cual la ecuación de cantidad de movimiento es aplicada para el cálculo de la descarga en cada enlace o conducto y la ecuación de continuidad es aplicada al cálculo de la carga hidráulica en cada nodo, para cada paso de tiempo.

Como se señaló en el capítulo 6, los modelos explícitos consideran un desarrollo matemático y una programación simples que requieren poco espacio de almacenamiento comparado con los modelos implícitos. Sin embargo, como también se ha visto en el capítulo precedente, son generalmente menos estables y a menudo requieren pasos de tiempo más cortos. Desde un punto de vista práctico, la experiencia con Extran indica que

el programa es numéricamente estable si se cumplen las siguientes condiciones (Roessner y otros, 1992):

a) En conductos:

$$\Delta t \leq \frac{L}{(g y)^{1/2}} \quad (7.24)$$

donde Δt es el paso de tiempo, L es la longitud del conducto, g es la aceleración gravitatoria, e y es el tirante máximo en el conducto.

Esta es la condición de Courant vista en el capítulo 6. La misma establece que el paso de tiempo computacional debe ser menor o igual al tiempo requerido por una onda dinámica para propagarse en toda la longitud del conducto. El modelo realiza un control al comienzo del programa para verificar si todos los conductos satisfacen la condición de estabilidad, para un Δt elegido por el usuario.

b) En nodos:

$$\Delta t \leq C' A_s \frac{\Delta H_{max}}{Q} \quad (7.25)$$

donde C' es una constante adimensional determinada experimentalmente igual a 0.1, ΔH_{max} es el máximo incremento del nivel de agua en el paso de tiempo Δt , en el nodo. A_s es el área superficial correspondiente al nodo y Q es el flujo neto en el nodo.

Un análisis de las desigualdades (7.24) y (7.25), revela que el máximo paso de tiempo Δt está determinado por el conducto más corto que contenga altos caudales. En los casos en que se requieran pasos de tiempo extremadamente pequeños, el usuario del modelo deberá considerar la eliminación de los conductos de pequeña longitud o la variación de esa dimensión.

En el anexo A se presenta un análisis de sensibilidad del esquema numérico del modelo Extran a los incrementos de tiempo (Δt) y longitud (Δx), como así también a la pendiente y coeficiente de rugosidad de conductos.

7.11 Conductos equivalentes

En muchos casos, los conductos muy cortos, los vertederos y los orificios son fuentes de inestabilidades del modelo. Para evitar estos problemas, el modelo permite la sustitución del elemento causante de la inestabilidad por un conducto equivalente. Un conducto equivalente es un conducto imaginario, hidráulicamente idéntico al elemento real del sistema de drenaje que se sustituye. Cuando el usuario sospecha que una inestabilidad numérica puede ser causada por algún elemento del sistema de drenaje puede hacerse uso, entonces, de esta posibilidad. El modelo convierte automáticamente a todos los orificios en conductos equivalentes.

La sustitución de un elemento del sistema de drenaje por otro equivalente se hace teniendo en cuenta las siguientes consideraciones:

- a) La ecuación del flujo del elemento en cuestión es la misma para el conducto equivalente. Las pérdidas de carga son las mismas para el elemento y su conducto equivalente.
- b) La longitud del conducto equivalente se calcula considerando la ecuación de estabilidad numérica, ecuación (7.24).
- c) Se determina un coeficiente de Manning para el conducto equivalente, tal que éste tenga la misma pérdida de carga que el conducto original.

Estas conversiones son automáticas para los orificios, pero para el caso de vertederos y conductos cortos causantes de inestabilidades, el usuario del modelo debe indicarle al programa cuales elementos deben ser convertidos a conductos equivalentes.

Si se incluye en el sistema de drenaje un conducto extremadamente corto, lo cual quedaría notado por un Δt_c muy pequeño, se puede desarrollar un conducto equivalente, más largo, de la siguiente manera: se igualan las ecuaciones del flujo para el conducto y su equivalente:

$$\frac{1}{n_c} A_c R_{h_c}^{2/3} S_{f_c}^{1/2} = \frac{1}{n_e} A_e R_{h_e}^{2/3} S_{f_e}^{1/2} \quad (7.26)$$

donde los subíndices c y e indican conducto real y conducto equivalente, respectivamente.

Asumiendo que el conducto equivalente tendrá la misma sección transversal y el mismo radio hidráulico que el conducto equivalente, resulta:

$$\frac{S_{f_c}^{1/2}}{n_c} = \frac{S_{f_e}^{1/2}}{n_e} \quad (7.27)$$

Si,

$$S_f = \frac{h_f}{L} \quad (7.28)$$

donde h_f es la pérdida de carga total en la longitud del conducto y L es la longitud del conducto, y dado que las pérdidas de carga se asumen iguales para ambos conductos, la ecuación (7.27) se puede simplificar a:

$$n_e = \frac{L^{1/2}}{L_e^{1/2}} n_c \quad (7.29)$$

donde L_e es la longitud del conducto equivalente obtenido de la ecuación (7.24) y no menor a 4 ó 5 veces la longitud del conducto más largo en el sistema de drenaje.

7.12 Consideraciones para el flujo en conductos

El método de solución que considera el modelo Extran es a menudo aplicado mediante la modificación previa de algunos conductos debido a:

- Muchas veces por cuestiones constructivas las cotas de fondo de los conductos concurrentes a un nodo son diferentes.
- El tirante crítico del flujo puede tener lugar dentro del conducto, lo que restringe el caudal pasante.
- El tirante normal puede controlar el flujo.
- El conducto puede estar seco.

En todos estos casos o combinaciones de ellos, el flujo debe ser calculado mediante técnicas especiales. La figura 7.8 representa las distintas posibilidades:

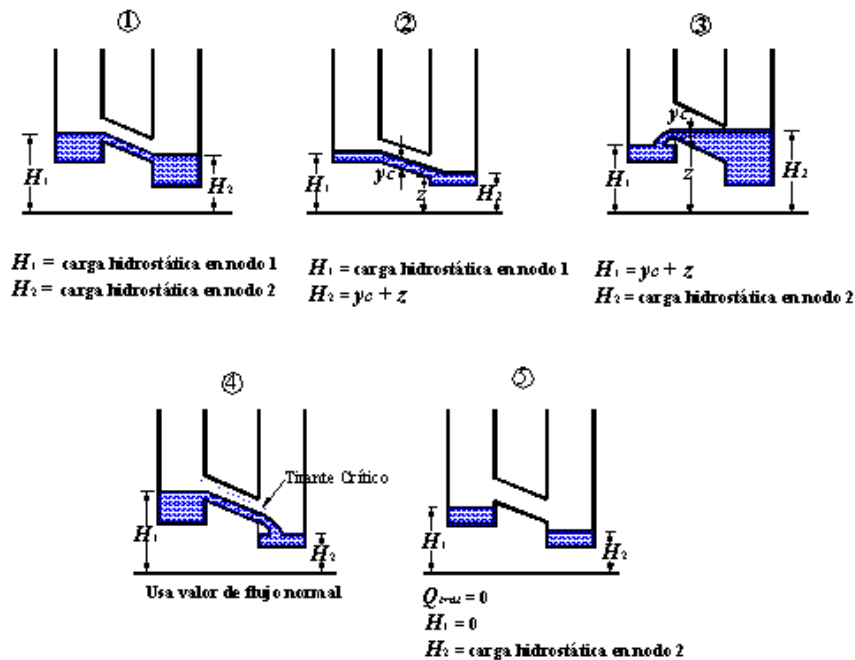


Figura 7.8 – Asignación de áreas a los nodos adyacentes a los conductos

- Caso normal: el flujo se calcula con la ecuación de movimiento. La mitad del área superficial es asignada a cada nodo.
- Tirante crítico aguas abajo: usa el menor entre los tirantes crítico y normal de aguas abajo. Asigna toda el área superficial al nodo de aguas arriba.
- Tirante crítico aguas arriba: usa el tirante crítico. Asigna toda el área superficial al nodo de aguas abajo.

4. El flujo calculado excede al flujo en el tirante crítico: Pone el tirante al valor normal. Asigna el área superficial como en el caso normal.
5. Conducto seco: Pone el tirante a cero. Si existe algún área superficial, lo asigna al nodo de aguas abajo.

Luego de que se aplican las correcciones de tirante y área superficial, los cálculos de caudal y carga hidráulica proceden en forma normal para el paso de tiempo actual.

7.13 Cálculo de la carga hidráulica bajo condiciones de sobrecarga y desbordamiento

Otra situación hidráulica que requiere un tratamiento especial es la sobrecarga y el desbordamiento. La sobrecarga tiene lugar cuando todos los conductos entrantes a un nodo están llenos o cuando el nivel de agua en el nodo se ubica entre el coronamiento del conducto entrante más alto y el nivel del terreno natural.

El desbordamiento es un caso especial de sobrecarga que tiene lugar cuando la línea del gradiente hidráulico sobrepasa el nivel de la superficie del terreno y el agua aflora en la superficie escurriendo por el sistema superficial.

Durante la sobrecarga, el cálculo de la carga hidráulica a través de las ecuaciones (7.20) y (7.21) no resulta posible debido a que el área superficial del nodo sobrecargado (área de la cámara de unión o inspección) es demasiado pequeña para ser utilizada como divisor. En consecuencia, la ecuación de continuidad para cada nodo es igualada a cero.

$$\sum Q(t) = 0 \quad (7.30)$$

donde $\sum Q(t)$ es la suma de todas las entradas y salidas del nodo.

Como las ecuaciones del flujo y continuidad en los nodos no son resueltas simultáneamente por el modelo, los caudales calculados en los conductos conectados a un nodo no satisfacen exactamente la ecuación (7.30). Sin embargo, se utiliza un

procedimiento iterativo en el cual se hacen los ajustes de la carga hidráulica en cada nodo en base a los cambios relativos del flujo en cada conducto conectado al nodo con respecto al cambio de carga, $\frac{\partial Q}{\partial H}$. La expresión de la ecuación (7.30) en términos de la carga hidráulica ajustada en un nodo i resulta:

$$\sum \left[Q(t) + \left(\frac{\partial Q(t)}{\partial H} \right)_i \Delta H_i(t) \right] = 0 \quad (7.31)$$

despejando:

$$\Delta H_i(t) = \frac{\sum Q(t)}{\sum \left(\frac{\partial Q(t)}{\partial H} \right)_i} \quad (7.32)$$

Este ajuste se hace en el paso de tiempo medio durante la sobrecarga, de modo que la corrección está dada por:

$$\Delta H_i(t + \Delta t) = H_i(t) + k \Delta H_i(t + \frac{\Delta t}{2}) \quad (7.33)$$

donde $\Delta H_i(t + \frac{\Delta t}{2})$ está dado por la ecuación (7.32).

La carga hidráulica para el paso de tiempo completo es:

$$H_i(t + \Delta t) = H_i(t + \frac{\Delta t}{2}) + k \Delta H_i(t) \quad (7.34)$$

El valor de la constante k teóricamente debería ser 1.0. Sin embargo se ha encontrado que la ecuación (7.31) tiende a sobre corregir la carga hidráulica, por lo que se utiliza un valor de $k = 0.5$ en el paso de tiempo medio, a fin de mejorar los resultados. Lamentablemente, se encontró que este valor produce oscilaciones en las uniones terminales de aguas arriba. Para eliminar estas oscilaciones el modelo Extran asigna automáticamente al coeficiente k los valores 0.3 y 0.6 para el paso de tiempo medio y el

paso de tiempo completo de cálculo, respectivamente, en los nodos terminales de aguas arriba.

La corrección del caudal por efecto de la carga hidráulica se calcula en los conductos y nodos de entrada como (Roessner y otros, 1992):

a) En conductos:

$$\frac{\partial Q(t)}{\partial H_i} = \frac{g}{1 + \frac{gn^2}{R_h^{4/3}} \Delta t |V(t)|} \Delta t \frac{A(t)}{L} \quad (7.35)$$

donde Δt es el paso de tiempo, $A(t)$ es el área de la sección transversal en el conducto, L es la longitud del conducto, n es el coeficiente de rugosidad de Manning, g es la aceleración gravitatoria, R_h es el radio hidráulico y $V(t)$ es la velocidad en el conducto.

b) En nodos:

$$\frac{\partial Q(t)}{\partial H_i} = 0 \quad (7.36)$$

c) En orificios:

Los orificios, como se ha visto en el párrafo 7.11, son convertidos automáticamente en conductos equivalentes, por lo tanto se utiliza la ecuación (7.35) para determinar $\frac{\partial Q}{\partial H}$

d) En vertederos:

En los vertederos $\frac{\partial Q}{\partial H}$ se considera nula, es decir, se ignora el efecto de la variación del flujo debida a la variación de carga hidráulica. En el siguiente paso de tiempo, el caudal por vertedero se calcula en base a la carga hidráulica apuntada. Como consecuencia de esto, la solución puede volverse inestable bajo condiciones de sobrecarga. Si éste es el caso, el vertedero debería ser reemplazado por un conducto equivalente.

7.14 Sobrecarga en varios nodos adyacentes

El uso de $\frac{\partial Q}{\partial H}$ en la forma explicada anteriormente satisface la continuidad en un único nodo. Sin embargo, un pequeño error de continuidad se puede introducir cuando varios nodos adyacentes son puestos bajo condiciones de sobrecarga. Estos errores de continuidad se combinan atenuando artificialmente el hidrograma en el área sobrecargada.

Desde el punto de vista físico, los caudales de entrada en todos los nodos sobrecargados deben ser iguales a los caudales de salida durante un paso de tiempo, ya que en el transcurso de la sobrecarga puede no haber variación del almacenamiento. A fin de remover esta atenuación artificial, los cálculos del caudal y de la carga hidráulica para el paso de tiempo completo en el área sobrecargada se repiten en un proceso iterativo. Las iteraciones, para un cierto paso de tiempo particular, continúan hasta que se produce alguna de las siguientes condiciones:

- a) La diferencia neta entre los caudales de entrada y de salida de todos los nodos bajo condiciones de carga es menor a una cierta tolerancia. Esta tolerancia se toma como una fracción del caudal medio pasante a través del área bajo carga. El valor de esa tolerancia admisible debe ser entrada al modelo por el usuario.
- b) El número de iteraciones realizadas por el modelo excede un cierto valor máximo impuesto por el usuario.

7.15 Dispositivos de control del flujo

La descripción enlace-nodo se puede extender a otros elementos de un sistema de drenaje pluvial. Los dispositivos especiales de regulación de flujo que considera el modelo Extran son: vertederos, orificios, bombas hidráulicas y caídas de agua. Cada uno de éstos se describirá a continuación.

7.16 Dispositivos de almacenamiento

Los dispositivos de almacenamiento actúan como dispositivos de control del flujo, almacenando los caudales excedentes, atenuando y retrasando los hidrogramas provenientes de la zona de aguas arriba del sistema de drenaje.

Se pueden representar dispositivos tipo tanque (cilíndricos) en la línea o fuera de la línea del flujo, así como dispositivos de detención. En este caso, el usuario debe ingresar los datos de la relación nivel de agua – área – volumen y la propagación se realiza con métodos ordinarios nivel – superficie de reservorio.

7.17 Orificios

El propósito de los orificios en los sistemas de drenaje combinados es, en general, desviar el agua de desecho sanitario fuera del sistema pluvial durante el período seco y restringir la entrada de agua pluvial a los interceptores sanitarios durante el período de lluvias. Los orificios pueden ser utilizados también para derivar flujo de un conducto a otro, a una estación de bombeo o a un tanque o cuenco de almacenamiento.

En la figura (7.9) se presentan dos tipos de orificios derivadores:

- a) Orificio derivador con cubeta sumidero.
- b) Orificio de salida lateral

La ecuación de orificio es:

$$Q_o = C_o A_o \sqrt{2gH} \quad (7.37)$$

donde Q_o es la descarga del orificio, C_o es el coeficiente de descarga, A_o es el área de la sección transversal del orificio, g es la aceleración gravitatoria y H es la carga hidráulica.

Los valores de C_o y A_o son suministrados por el usuario. Como se mencionó anteriormente, el modelo convierte automáticamente a los orificios en conductos

equivalentes. Para ello el programa iguala la ecuación de descarga del orificio con la ecuación de Manning para conductos:

$$C_o A_o \sqrt{2gH} = \frac{1}{n} A_o R_h^{2/3} S_o^{1/2} \quad (7.38)$$

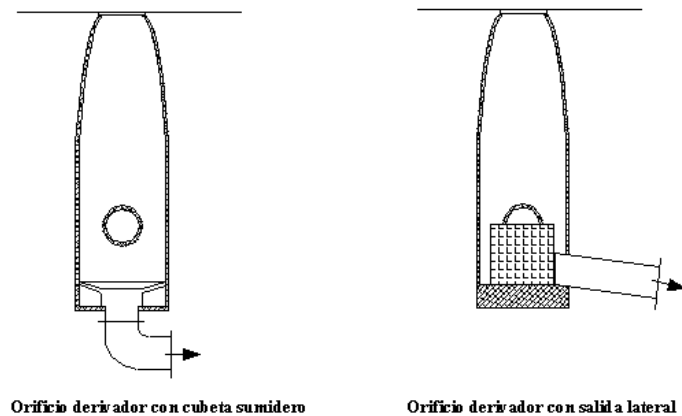


Figura 7.9 – Orificios derivadores

Se asume que el conducto equivalente tiene el mismo diámetro ϕ que el orificio. Si S_o se escribe como $\frac{H_s}{L}$ donde L es la longitud del conducto, H_s será idénticamente igual a la carga hidráulica H cuando el orificio esté sumergido. Cuando no esté sumergido, H será la altura del nivel de agua por encima de la línea central del orificio, en tanto que H_s será la distancia del nivel de agua por encima del tirante crítico para el conducto.

Para propósitos prácticos, se asume que $H_s = H$ para este caso también. De modo que $S_o = \frac{H}{L}$ y sustituyendo $R_h = \frac{\phi}{4}$ en la ecuación (7.38), se tiene:

$$n = \frac{\left(\frac{\phi}{4}\right)^{2/3}}{C_o \sqrt{2gL}} \quad (7.39)$$

La longitud del conducto equivalente se calcula como:

$$L_e = 2\Delta t \sqrt{2\phi} \quad (7.40)$$

para que el criterio de estabilidad sea cumplido.

El coeficiente de rugosidad de Manning se calcula según la ecuación (7.39). Este algoritmo produce una solución para el orificio tan precisa como la ecuación de orificio misma y además mucho más estable cuando el nodo orificio se encuentra bajo carga.

7.18 Vertederos

Los vertederos derivadores alivian los sistemas sanitarios durante los períodos de lluvia en los desagües combinados. El flujo sobre el vertedero se calcula mediante la ecuación:

$$Q_v = C_v L_v \left[\left(H + \frac{V^2}{2g} \right)^a - \left(\frac{V^2}{2g} \right)^a \right] \quad (7.41)$$

donde Q_v es la descarga sobre el vertedero, C_v es el coeficiente de descarga, L_v es la longitud del vertedero, transversal al flujo, H es la carga hidráulica, V es la velocidad de aproximación del flujo y a es un exponente que toma el valor 3/2 para vertederos transversales y 5/3 para vertederos laterales.

Tanto C_v como L_v son valores de entrada al modelo para vertederos transversales. Para vertederos laterales, C_v debería ser una función de la velocidad de aproximación, pero el modelo no lo considera debido a la dificultad para la determinación de la velocidad de aproximación. Por esto, el programa pone la velocidad a cero antes del cálculo de Q_v .

Normalmente, la carga sobre el vertedero se calcula como la diferencia:

$$H = y_1 - y_{cr} \quad (7.42)$$

donde y_1 es el tirante aguas arriba del vertedero e y_{cr} es la altura de la cresta del vertedero. Sin embargo, si el tirante de aguas abajo y_2 también excede la altura de la cresta del vertedero, entonces el vertedero está sumergido y el flujo se calcula como:

$$Q_v = C_s C_v L_v (y_1 - y_{cr})^{3/2} \quad (7.43)$$

siendo C_s un coeficiente de sumergencia que representa la reducción de la carga hidráulica.

Si el vertedero se encuentra sobrecargado, entonces se comportará como un orificio y el flujo se calcula como:

$$Q_v = C_{sc} L_v (y_T - y_{cr}) \sqrt{2gH'} \quad (7.44)$$

donde C_{sc} es un coeficiente de sobrecarga del vertedero, y_T es la distancia al coronamiento del vertedero y $H' = y_1 - \text{máximo}(y_2, y_{cr})$. El coeficiente C_{sc} se calcula automáticamente al inicio de la sobrecarga.

7.19 Vertederos con compuertas

A menudo, los vertederos se instalan con compuertas. El flujo a través del vertedero está restringido por la compuerta, la que puede estar a veces parcialmente cerrada. Esto es tenido en cuenta reduciendo la carga hidráulica efectiva a través del vertedero, de acuerdo a un factor empírico:

$$H' = H - \frac{4}{g} V^2 e^{\left(-1.15 \frac{V}{H^{1/2}}\right)} \quad (7.45)$$

donde H es la carga hidráulica previamente calculada antes de la corrección y V es la velocidad del flujo aguas arriba.

7.20 Caídas de agua

El modelo Extran puede simular tanto caídas de agua por vertederos como caídas de agua libres. Uno u otro tipo pueden estar sujetos a condiciones de remanso y reguladas por compuertas. Una caída de agua por vertedero está dada por la descarga de un vertedero que vierte directamente sobre un cuerpo de agua receptor, de acuerdo a la relación vista en la sección 7.18.

La caída de agua libre es simplemente un conducto que descarga sobre el cuerpo de agua receptor bajo ciertas condiciones de remanso o no. La caída de agua es verdaderamente libre si no tiene influencias de remanso, o sea, el nivel del cuerpo de agua receptor está significativamente por debajo del fondo del conducto.

7.21 Limitaciones de Extran

Las limitaciones más significativas del módulo Extran son las siguientes:

- a) Las pérdidas de carga en los nodos de unión (cámaras de unión, inspección), en expansiones, contracciones y curvas no son cuantificadas explícitamente. Esas pérdidas deben ser reflejadas en el valor de n de Manning especificado para los canales o conductos donde ocurren dichas pérdidas.
- b) Los cambios en la carga hidráulica debidos a expansiones o contracciones rápidas son despreciadas.

Capítulo 8

Efectos de la escala espacial en la respuesta del modelo SWMM

8.1 Introducción

El rápido avance en la disponibilidad, velocidad de cálculo y capacidad de memoria de las computadoras ha generalizado la aplicación de modelos distribuidos basados físicamente, en desmedro de los modelos de parámetros concentrados. Esto es particularmente importante en hidrología urbana ya que, a diferencia de los sistemas rurales, los sistemas urbanos se caracterizan por ser netamente distribuidos. Es decir, los sistemas urbanos presentan una fuerte variabilidad en los parámetros que los caracterizan (cobertura, pendiente, rugosidad, etc.).

Este cambio en la herramienta de simulación refleja el propósito de aumentar la precisión de los resultados y de mejorar la capacidad para describir los fenómenos físicos involucrados en el proceso de transformación lluvia-escorrentía. No obstante, la modelación distribuida incorpora una incertidumbre en la selección del tamaño apropiado de discretización espacial para la simulación (Coyler, 1982; Calomino, 1993).

La influencia del tamaño de la discretización espacial sobre los resultados de la modelación precipitación-escorrentía ha sido reconocida por diversos autores, entre otros por D. Goodrich, E. Mazion, V. Gupta e I. Rodríguez Iturbe.

En este estudio se investigan los efectos de la discretización espacial sobre la simulación del flujo en una red de conductos de drenaje pluvial. Para ello, se realizan 2 grupos de ensayos con el modelo SWMM: a) sobre una cuenca teórica y b) sobre una cuenca urbana experimental. En ambos casos, se consideran distintos tamaños de discretización espacial de la red (escalas espaciales) y se investiga la influencia que dichas escalas tienen sobre los resultados de las simulaciones.

8.2 Antecedentes

Existen muchos antecedentes de investigaciones relacionadas con la simulación matemática de procesos hidrológicos e hidráulicos en general y en áreas urbanas en particular. Desde la década de los años 70, la modelación se ha convertido en una herramienta importante para el planeamiento y diseño de los sistemas de drenaje, tanto urbanos como rurales.

Como se ha visto en los capítulos 4 y 5, numerosos han sido los investigadores que han aportado sus conocimientos al desarrollo de modelos matemáticos tendientes a resolver las ecuaciones de Saint Venant en forma completa (modelos hidrodinámicos) o simplificados (modelos difusivos y cinemáticos).

Diversos han sido los institutos, universidades y agencias gubernamentales que han encarado el desarrollo de programas computacionales específicos, muchos de los cuales están disponibles en la actualidad y en diferentes versiones, entre los que se pueden citar el STORM (Storage, Treatment and Overflow Runoff Model) y los paquetes de programas computacionales HEC-1 y HEC-2 del US Army Corps of Engineers; TR-20 y TR-55 del

US Soil Conservation Service, el modelo SWMM (Storm Water Management Model) de la US Environmental Protection Agency (presentado en detalle en el capítulo 7), el DR3M (Distributed Routing Rainfall-Runoff Model) del US Geological Survey; OTTHYMO, adaptación a cuencas urbanas del Hydrologic Model (HYMO), desarrollado por la Universidad de Ottawa, el modelo AR-HYMO, desarrollado por el Centro Regional Andino del Instituto Nacional de Ciencias y Técnicas Hídricas (INCYTH), que es una versión mejorada del OTTHYMO.

La influencia e importancia de la escala espacial sobre la modelación del proceso precipitación-escorrentía ha sido reconocida por varios autores.

Algunos investigadores han estudiado el nivel mínimo de escala espacial a ser utilizada en la modelación hidrológica para representar adecuadamente la heterogeneidad espacial de una cuenca. Así, por ejemplo, Bathurst (1986) sugirió que una cuenca debe ser dividida en elementos no mayores al 1% de la superficie total, a fin de asegurar que cada elemento sea más o menos homogéneo.

Warwick (1989) propuso investigar la relación entre simplicidad y complejidad geométrica de la modelación respecto al esfuerzo computacional y económico.

Tao y Kouwen (1989) investigaron el efecto de la resolución espacial sobre los resultados de un modelo distribuido analizando dos tamaños de grilla de 5x5 kilómetros y de 10x10 kilómetros sobre una cuenca del sudoeste de Ontario, Canadá.

Goodrich (1990) estableció que el nivel de complejidad geométrica del modelo es una función de las escalas de la cuenca y climática, como también de la variabilidad de los datos de entrada. Basándose en la teoría de equilibrio, desarrolló una metodología para definir el nivel de complejidad geométrica necesaria para obtener una buena performance del modelo. Encontró que un canal elemental medio que soporta una superficie aportante de casi un 15% de la superficie total de la cuenca provee un nivel de discretización que

mantiene una buena performance del modelo KINEROS, para cuencas entre 1.5 y 630 hectáreas.

Mazion y Yen (1994) investigaron el efecto del tamaño sobre los resultados de la simulación aplicando tres modelos diferentes a una cuenca hipotética y homogénea. Observaron que los resultados de las simulaciones estaban significativamente afectados por la escala espacial utilizada. Los autores establecen dos factores diferentes a considerar en la selección de la escala espacial. Por un lado, la escala espacial requerida para representar la variación espacial de la lluvia, tipo y condición del uso del suelo, etc; y por otro lado, la escala espacial computacional requerida para que el cálculo de la simulación resulte satisfactorio.

La mayoría de los trabajos que investigaron el efecto de la escala espacial en la modelación hidrológica fueron aplicados a cuencas rurales. Son pocas las referencias de estudios sobre áreas urbanas donde la variabilidad espacial de los procesos es muy grande.

Pedraza R. y otros (1996a) investigaron la influencia de la escala espacial de una cuenca urbana sobre los parámetros de calibración de varios modelos de diseño. Se implementaron y calibraron en una cuenca urbana experimental los modelos HEC-1 (opción onda cinemática), SWMM, OTTHYMO y OCINE. Se consideraron distintos tamaños de discretización espacial y en base a las calibraciones obtenidas se concluyó que:

- a) Sólo para una escala de detalle (longitudes de flujo superficial del orden de 100 m y subcuencas menores a 10 ha, el flujo superficial en subcuencas se aproxima al concepto de *overland flow* y en consecuencia, el coeficiente de rugosidad de calibración se aproxima a los valores que para este tipo de flujo son citados en la literatura. Por ejemplo, para superficies de concreto / asfalto, se varía entre 0.05 y 0.15 según el tirante.
- b) Para escalas mayores, el flujo superficial se convierte en una combinación de tipos de flujo: "overland flow", flujo encauzado poco profundo (cordones cuneta) y flujo en

conductos y canales. Es así que para longitudes de flujo mayores a 300 m y subcuencas del orden de 40 ha, el coeficiente de rugosidad de calibración tiende a valores representativos de los 2 últimos tipos de flujo mencionados (n varía entre 0.02-0.03).

Pedraza R. (1998) investigó el efecto de la escala espacial en la respuesta del modelo de onda cinemática y una metodología para cuantificar la rugosidad "equivalente" entre distintas escalas espaciales, basada en el concepto de *almacenamiento de equilibrio*.

Estos últimos antecedentes han puesto énfasis en la influencia de la escala espacial sobre el flujo superficial. Este trabajo, en cambio, pone el foco en cómo dicha escala influye sobre la simulación del flujo en la red de conductos.

8.3 Identificación del problema

El grado de discretización espacial de la cuenca que es adoptado por el modelista, determina directamente el grado de simplificación de los datos y de concentración de los parámetros.

Cierta concentración de la geometría y/o de los parámetros es inevitable, ya que los sistemas de parámetros distribuidos, formulados como ecuaciones diferenciales parciales son, por definición, de dimensión infinita.

La precisión de los resultados es sensible a la discretización espacial adoptada por el modelista. Por lo tanto, en la aplicación de un modelo a una cuenca, el usuario debe seleccionar un tamaño apropiado de discretización espacial que sea físicamente representativa y computacionalmente precisa.

En caso de diseño y/o verificación hidráulica de redes de conductos, el ingeniero se encuentra con varias incertidumbres (Pedraza, 1997). Una de ellas se refiere a la escala espacial a adoptar. Esta incertidumbre se hace especialmente importante en cuencas urbanas, debido a que en general no se dispone de información pluvio-hidrométrica

observada para calibrar los parámetros en forma consistente. La modelación del escurrimiento en ambientes urbanos requiere la discretización espacial del sistema de drenaje, tanto superficial como de conductos.

Este trabajo evalúa el efecto de la escala espacial en la simulación de flujo en una red de conductos y establece criterios de precisión para orientar a futuros usuarios del modelo SWMM en la elección de la escala adecuada.

8.4 Análisis sobre una red de conductos hipotética

Dado que las propiedades físicas de una cuenca urbana real varían considerablemente y con el fin de minimizar cierta influencia no deseada de algunos parámetros físicos, se efectúa primeramente un análisis sobre una cuenca hipotética y homogénea. Se considera una red de conductos vinculada a subcuencas superficiales a través de nodos.

Para este análisis, se aplica el modelo SWMM utilizando para la transformación precipitación–escorrentía el bloque Runoff y para el escurrimiento en los conductos el bloque hidrodinámico Extran. Se considera una cuenca hipotética de 64 hectáreas y se analizan 7 escalas espaciales. Las características físicas de la cuenca y de la red de conductos de drenaje se presentan en las tablas 8.1 y 8.2, respectivamente.

Tabla 8.1 – Características físicas de la cuenca urbana hipotética

| Nivel de discretización | Número de subcuencas | Área de cada subcuenca (ha) | Porcentaje Impermeable (%) | Pendiente (m/m) | Rugosidad | Ancho de drenaje (m) |
|-------------------------|----------------------|-----------------------------|----------------------------|-----------------|-----------|----------------------|
| 7 | 64 | 1.0 | 100 | 0.015 | 0.025 | 100.00 |
| 6 | 32 | 2.0 | 100 | 0.015 | 0.025 | 141.42 |
| 5 | 16 | 4.0 | 100 | 0.015 | 0.025 | 200.00 |
| 4 | 8 | 8.0 | 100 | 0.015 | 0.025 | 282.84 |
| 3 | 4 | 16.0 | 100 | 0.015 | 0.025 | 400.00 |
| 2 | 2 | 32.0 | 100 | 0.015 | 0.025 | 565.69 |
| 1 | 1 | 64.0 | 100 | 0.015 | 0.025 | 800.00 |

Tabla 8.2 – Características físicas de la red de conductos hipotética

| Nivel de discretización | Orden jerárquico de conductos | Número total de conductos | Diámetro (m) | Longitud de conductos (m) | Longitud total de conductos (m) |
|-------------------------|-------------------------------|---------------------------|--------------|---------------------------|---------------------------------|
| 7 | 1 | 64 | 0.60 | 50.00 | 3200.00 |
| | 2 | 32 | 0.70 | 70.70 | 2262.40 |
| | 3 | 16 | 0.80 | 100.00 | 1600.00 |
| | 4 | 8 | 0.90 | 141.40 | 1131.20 |
| | 5 | 4 | 1.00 | 200.00 | 800.00 |
| | 6 | 2 | 1.20 | 282.80 | 565.60 |
| | 7 | 1 | 1.40 | 400.00 | 400.00 |
| 6 | 1 | 32 | 0.70 | 70.70 | 2262.40 |
| | 2 | 16 | 0.80 | 100.00 | 1600.00 |
| | 3 | 8 | 0.90 | 141.40 | 1131.20 |
| | 4 | 4 | 1.00 | 200.00 | 800.00 |
| | 5 | 2 | 1.20 | 282.80 | 565.60 |
| | 6 | 1 | 1.40 | 400.00 | 400.00 |
| 5 | 1 | 16 | 0.80 | 100.00 | 1600.00 |
| | 2 | 8 | 0.90 | 141.40 | 1131.20 |
| | 3 | 4 | 1.00 | 200.00 | 800.00 |
| | 4 | 2 | 1.20 | 282.80 | 565.60 |
| | 5 | 1 | 1.40 | 400.00 | 400.00 |
| 4 | 1 | 8 | 0.90 | 141.40 | 1131.20 |
| | 2 | 4 | 1.00 | 200.00 | 800.00 |
| | 3 | 2 | 1.20 | 282.80 | 565.60 |
| | 4 | 1 | 1.40 | 400.00 | 400.00 |
| 3 | 1 | 4 | 1.00 | 200.00 | 800.00 |
| | 2 | 2 | 1.20 | 282.80 | 565.60 |
| | 3 | 1 | 1.40 | 400.00 | 400.00 |
| 2 | 1 | 2 | 1.20 | 282.20 | 565.60 |
| | 2 | 1 | 1.40 | 400.00 | 400.00 |
| 1 | 1 | 1 | 1.40 | 400.00 | 400.00 |

En la figura 8.1 se muestran, a modo ilustrativo, tres esquemas topológicos de la cuenca correspondientes a los niveles de discretización de menor detalle.

Los conductos del sistema de drenaje hipotético son de sección circular y siguen un orden de jerarquía. Los tamaños y las longitudes de los conductos aumentan con el orden jerárquico de éstos. Todos los conductos tienen una pendiente uniforme de 0.0015 y un coeficiente de rugosidad de Manning de 0.0125

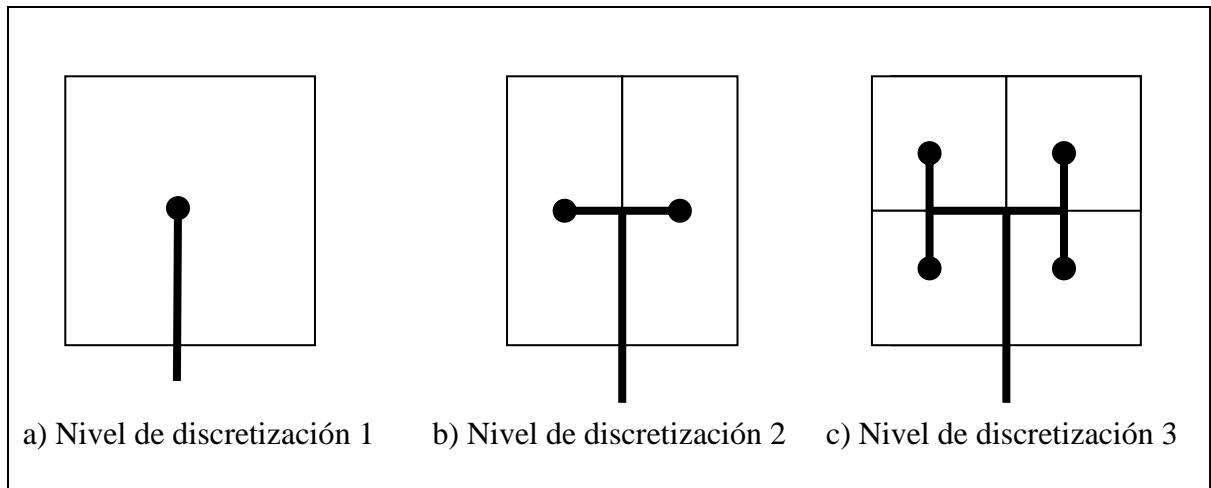


Figura 8.1- Esquemas topológicos para tres niveles de discretización

El número total de subcuencas aumenta con el orden de la discretización, del mismo modo que la longitud total de la red de conductos de drenaje. Así, pasar de un orden de discretización 7 a 1 implica reducir la longitud total del sistema de drenaje de 9960 a 400 m.

Se consideró una lluvia de intensidad constante igual a 20 mm/h. Se analizaron distintas duraciones de la lluvia: 10, 20, 30, 60, y 120 minutos a fin de cubrir un cierto rango de duraciones.

Huber y Dickinson (1992) propusieron calibrar el modelo a través del parámetro ancho de subcuenca W_s (cociente entre el área y la longitud del flujo), por considerar que es el parámetro "más lógico" a ser ajustado.

El parámetro W_s es del orden de magnitud de la raíz cuadrada del área de la subcuenca (Villeneuve y Gaume, 1993), y puede expresarse como:

$$W_{s_i} = \alpha \sqrt{A_i} \quad (8.1)$$

donde A es el área de la subcuenca expresada en metros cuadrados y α es un coeficiente a determinar en la calibración.

Como $W = A/L$, (8.1) es equivalente a:

$$L_i = \beta \sqrt{A_i} \text{ donde } \beta = \frac{1}{\alpha} \quad (8.2)$$

Esta relación fue encontrada por Wisner y otros (1986) y verificada por Maza y otros (1996).

Siguiendo el criterio propuesto por Huber y Dickinson, se procedió a calibrar el parámetro W_s para las escalas espaciales mayores a la de detalle (64 subcuencas), a efectos de conservar el caudal pico obtenido en esta escala.

La calibración de W_s se realizó por prueba y error, manteniendo constante el resto de los parámetros entre las distintas escalas (rugosidad y pendientes de subcuencas y conductos).

A partir de (8.1), se determinó el ancho de cada subcuenca (W_{s_i}) en función del área de la subcuenca y del coeficiente α común a todas las subcuencas.

En el caso de la cuenca teórica, como para una escala dada, la superficie de las subcuencas es la misma, el ancho W_{s_i} también es igual para todas las subcuencas. Para cada escala se probaron distintos valores de α hasta que el caudal pico de salida calculado para esa escala se ajustó al caudal pico de la escala de detalle. Finalmente, para cada escala se calculó el ancho total de la cuenca:

$$W_c = \sum_i W_{s_i} \quad (8.3)$$

A partir de los resultados obtenidos (tabla 8.3) se tiene que, para conservar los caudales pico, a medida que aumenta la escala se debe disminuir W_c .

Esto puede interpretarse del siguiente modo. A medida que la escala aumenta, una parte de la red de conductos es removida (disminuye la longitud de conductos), se origina una pérdida de almacenamiento en el sistema y en consecuencia, se empuntan los hidrogramas y se anticipan los picos.

Tabla 8.3 – Resultados de las simulaciones con el modelo SWMM

| Duración de la lluvia = 10 minutos | | | | | | | | | |
|------------------------------------|-------------------------|---------------------------|--------------------------|----------|-----------|-----------|---------|---------|---------|
| Núm. Subc. | Q (m ³ /s) | Volumen (m ³) | Tiempo de crecida (min.) | α | W_s (m) | W_c (m) | ErQ (%) | ErV (%) | ErT (%) |
| 64 | 0.52 | 2.13E+03 | 42 | 1.00 | 100.0 | 6400.0 | 0 | 0 | 0 |
| 32 | 0.52 | 2.13E+03 | 38 | 1.37 | 194.0 | 6208.0 | 0 | 0 | 10 |
| 16 | 0.52 | 2.13E+03 | 35 | 1.90 | 380.0 | 6080.0 | 0 | 0 | 17 |
| 8 | 0.52 | 2.13E+03 | 32 | 2.55 | 721.0 | 5768.0 | 0 | 0 | 24 |
| 4 | 0.52 | 2.13E+03 | 27 | 3.55 | 1420.0 | 5680.0 | 0 | 0 | 36 |
| 2 | 0.52 | 2.13E+03 | 23 | 4.80 | 2715.0 | 5430.0 | 0 | 0 | 45 |
| 1 | 0.52 | 2.13E+03 | 15 | 6.00 | 4800.0 | 4800.0 | 0 | 0 | 64 |
| Duración de la lluvia = 20 minutos | | | | | | | | | |
| Núm. Subc. | Q (m ³ /s) | Volumen (m ³) | Tiempo de crecida (min.) | α | W_s (m) | W_c (m) | ErQ (%) | ErV (%) | ErT (%) |
| 64 | 1.40 | 4.27E+03 | 37 | 1.00 | 100.0 | 6400.0 | 0 | 0 | 0 |
| 32 | 1.40 | 4.27E+03 | 35 | 1.40 | 198.0 | 6336.0 | 0 | 0 | 5 |
| 16 | 1.40 | 4.27E+03 | 32 | 1.95 | 390.0 | 6240.0 | 0 | 0 | 14 |
| 8 | 1.40 | 4.27E+03 | 30 | 2.68 | 758.0 | 6064.0 | 0 | 0 | 19 |
| 4 | 1.40 | 4.27E+03 | 27 | 3.70 | 1480.0 | 5920.0 | 0 | 0 | 27 |
| 2 | 1.40 | 4.27E+03 | 25 | 5.07 | 2868.0 | 5736.0 | 0 | 0 | 32 |
| 1 | 1.40 | 4.27E+03 | 21 | 6.80 | 5440.0 | 5440.0 | 0 | 0 | 43 |
| Duración de la lluvia = 30 minutos | | | | | | | | | |
| Núm. Subc. | Q (m ³ /s) | Volumen (m ³) | Tiempo de crecida (min.) | α | W_s (m) | W_c (m) | ErQ (%) | ErV (%) | ErT (%) |
| 64 | 1.91 | 6.40E+03 | 41 | 1.00 | 100.0 | 6400.0 | 0 | 0 | 0 |
| 32 | 1.91 | 6.40E+03 | 40 | 1.37 | 194.0 | 6208.0 | 0 | 0 | 2 |
| 16 | 1.91 | 6.40E+03 | 36 | 1.80 | 360.0 | 5760.0 | 0 | 0 | 12 |
| 8 | 1.91 | 6.40E+03 | 34 | 2.50 | 707.0 | 5656.0 | 0 | 0 | 17 |
| 4 | 1.91 | 6.40E+03 | 33 | 3.35 | 1340.0 | 5360.0 | 0 | 0 | 20 |
| 2 | 1.91 | 6.40E+03 | 33 | 4.48 | 2534.0 | 5068.0 | 0 | 0 | 20 |
| 1 | 1.91 | 6.40E+03 | 30 | 5.72 | 4576.0 | 4576.0 | 0 | 0 | 27 |
| Duración de la lluvia = 60 minutos | | | | | | | | | |
| Núm. Subc. | Q (m ³ /s) | Volumen (m ³) | Tiempo de crecida (min.) | α | W_s (m) | W_c (m) | ErQ (%) | ErV (%) | ErT (%) |
| 64 | 2.55 | 1.28E+04 | 65 | 1.00 | 100.0 | 6400.0 | 0 | 0 | 0 |
| 32 | 2.55 | 1.28E+04 | 65 | 1.17 | 165.0 | 5280.0 | 0 | 0 | 0 |
| 16 | 2.55 | 1.28E+04 | 64 | 1.34 | 268.0 | 4288.0 | 0 | 0 | 2 |
| 8 | 2.55 | 1.28E+04 | 64 | 1.58 | 447.0 | 3576.0 | 0 | 0 | 2 |
| 4 | 2.55 | 1.28E+04 | 63 | 1.88 | 752.0 | 3024.0 | 0 | 0 | 3 |
| 2 | 2.55 | 1.28E+04 | 62 | 2.33 | 1318.0 | 2636.0 | 0 | 0 | 5 |
| 1 | 2.55 | 1.28E+04 | 61 | 3.00 | 2400.0 | 2400.0 | 0 | 0 | 6 |

Tabla 8.3 – (Continuación)

| Duración de la lluvia = 120 minutos | | | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------|---------------------------|--------------------------|----------|-----------|-----------|---------|---------|---------|
| Núm. Subc. | Q (m ³ /s) | Volumen (m ³) | Tiempo de crecida (min.) | α | W_s (m) | W_c (m) | ErQ (%) | ErV (%) | ErT (%) |
| 64 | 3.55 | 2.56E+04 | 120 | 1.00 | 100.0 | 6400.0 | 0 | 0 | 0 |
| 32 | 3.55 | 2.56E+04 | 120 | 1.32 | 187.0 | 5984.0 | 0 | 0 | 0 |
| 16 | 3.55 | 2.56E+04 | 120 | 1.85 | 370.0 | 5920.0 | 0 | 0 | 0 |
| 8 | 3.55 | 2.56E+04 | 120 | 2.60 | 735.0 | 5880.0 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 3.55 | 2.56E+04 | 120 | 3.65 | 1460.0 | 5840.0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 3.55 | 2.56E+04 | 120 | 5.30 | 2913.0 | 5826.0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 3.55 | 2.56E+04 | 120 | 7.20 | 5760.0 | 5760.0 | 0 | 0 | 0 |

Para que en una escala mayor el modelo represente una función de respuesta similar a la obtenida con una escala de detalle, es necesario compensar dicha pérdida de almacenamiento. Para ello se disminuye W_c , lo que equivale a aumentar la longitud del escurrimiento superficial.

8.5 Análisis sobre una red de conductos real.

En una cuenca real, en la que la variabilidad de las propiedades físicas es muy grande, es imposible eliminar la influencia de algunos parámetros físicos. Sin embargo, es interesante la aplicación de este estudio a una cuenca real ya que da una idea de la medida en que la modelización simplificada afecta los resultados de las simulaciones y las decisiones que se toman.

Se implementó y calibró el modelo SWMM a la cuenca urbana piloto Guadalupe Oeste, para tres escalas computacionales (micro, meso y macro escalas). Para cada nivel de discretización y para diversas lluvias se calibró el parámetro W , ajustando los hidrogramas simulados a los hidrogramas observados de cada evento.

Se obtuvieron así, para cada escala un valor medio característico del ancho de escurrimiento, tomado como valor de referencia.

8.5.1 La cuenca urbana experimental

La cuenca urbana experimental sobre la que se realiza este estudio se ubicada en la zona norte de la ciudad de Santa Fe, Argentina, con una superficie de 194.4 ha (figura 8.2).

La cuenca experimental se implementó en el marco del Proyecto de Investigación Modelos matemáticos en hidrología urbana de la FICH y financiado por el programa CAI+D 93-94 de la Universidad Nacional del Litoral (Pedraza y otros, 1996b).

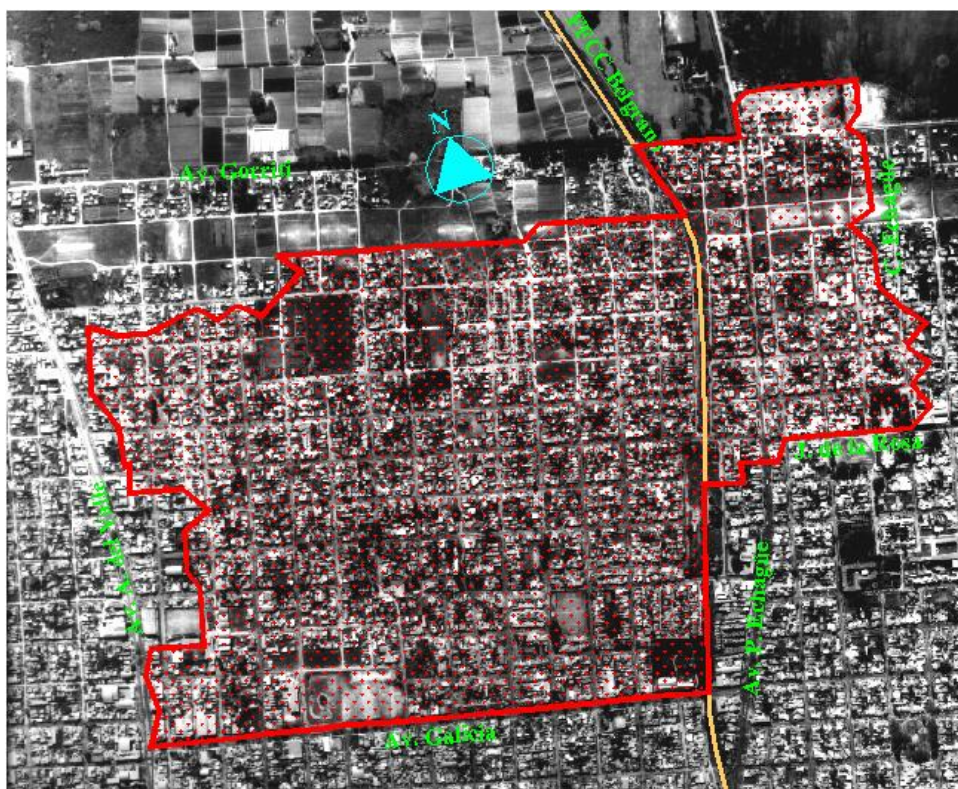


Figura 8.2 – Cuenca urbana experimental Guadalupe Oeste, Santa Fe, Argentina

El uso del suelo es predominantemente residencial unifamiliar con algunas áreas destinadas a uso industrial y comercial y otras áreas no desarrolladas. La cobertura impermeable total alcanza el 50 por ciento y la impermeable directamente conectada a la red de drenaje es del 36 por ciento de la superficie total. Las pendientes de la cuenca son bajas y el valor medio se ha estimado en el orden del 3 ‰.

Se ha realizado una recopilación y análisis de la información planialtimétrica básica y de fotografías aéreas, a partir de las cuales se elaboró un mosaico aerofotográfico actualizado. Se recopilaron también planos conforme a obra de pavimentos y desagües y se realizó un extenso relevamiento planialtimétrico del cual se elaboró un plano en escala 1:2500, con curvas de nivel sobre calzada a equidistancia de 20 cm.

De acuerdo a sus características topográficas, hidrológicas e hidráulicas, la cuenca se subdividió en 59 subcuencas (escala de detalle o micro escala) (figura 8.3), cuyas características se detallan en la tabla B.1 y la figura B.1 del Anexo B.

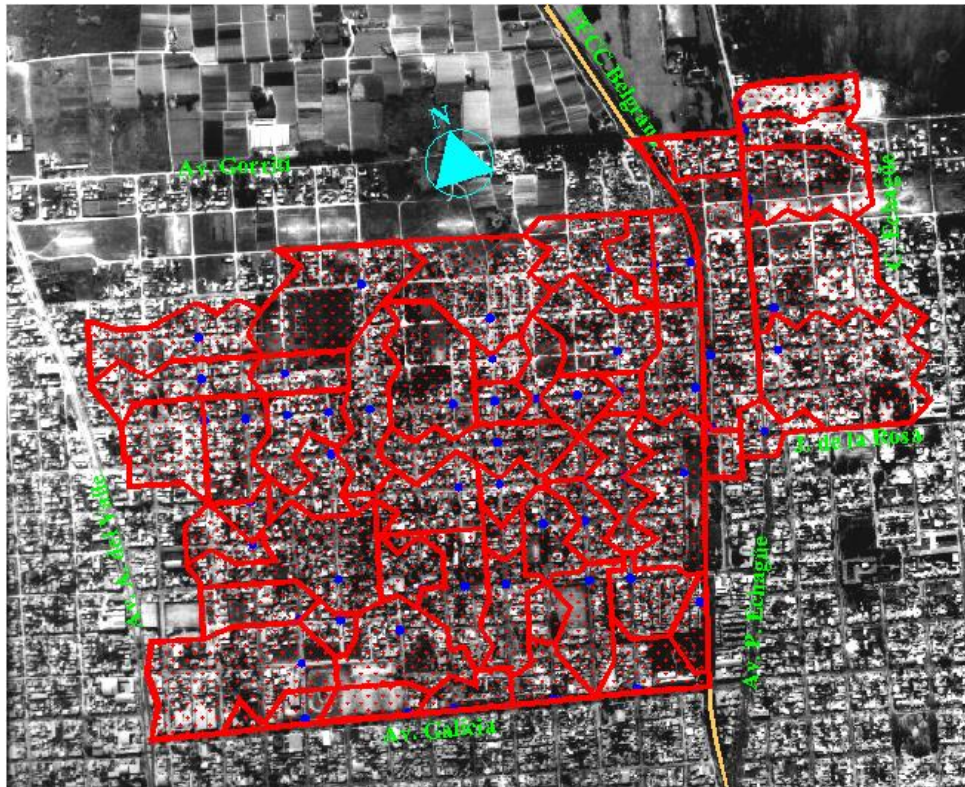


Figura 8.3 – Discretización 59 subcuencas (Micro escala)

Esta escala se definió como aquella que permite identificar el área de aportes a cada boca de tormenta (o grupos de bocas si hay más de una boca en una bocacalle).

Los hidrogramas generados por cada una de las subcuencas son ingresados al sistema de drenaje, en el modelo, a través de nodos de entrada y propagados a través de los conductos del sistema.

El sistema de drenaje que sirve a la cuenca es dual, es decir, conformado por una componente superficial (cordones cunetas y calzadas) y otra subterránea (red de conductos) vinculadas entre sí mediante bocas de tormenta combinadas.

El sistema de conductos se detalla en la tabla B.2 del anexo B y se esquematiza en las figuras 8.4 y B.2 del anexo B.



Figura 8.4 – Esquema del sistema de conductos de la cuenca

A fin de determinar la relación entre los niveles de agua y de descargas en la sección de salida de la cuenca, se realizaron aforos líquidos con velocímetro, los que han permitido establecer una curva de descarga para dicha sección (tabla 8.4 y figura 8.5).

Puede observarse un cambio de pendiente en la curva de descarga a partir del tirante de agua $y = 1.70$ m. Se determinó la curva de gasto correspondiente al régimen permanente y uniforme utilizando la fórmula de Manning–Strickler, con el fin de

compararla con los aforos líquidos disponibles y con la curva de gasto ajustada en base a estos (figura 8.6).

Tabla 8.4 – Curva de descarga

| Fecha evento (dd/mm/aa) | Tirante de agua observado (m) | Caudal aforado (m ³ /s) | Curva de descarga ajustada (m ³ /s) |
|----------------------------|----------------------------------|---------------------------------------|---|
| 08/10/94 | 0.85 | 0.64 | 0.34 |
| 08/10/94 | 1.02 | 0.97 | 0.72 |
| 21/02/95 | 0.80 | 0.17 | 0.24 |
| 07/03/95 | 1.17 | 1.20 | 1.11 |
| 07/03/95 | 1.87 | 3.11 | 3.20 |
| 23/03/95 | 1.78 | 2.50 | 2.92 |
| 23/03/95 | 1.83 | 2.96 | 3.07 |
| 28/03/95 | 1.73 | 1.95 | 2.76 |
| 28/03/95 | 1.78 | 2.37 | 2.92 |
| 28/03/95 | 1.98 | 3.60 | 3.55 |
| 08/04/95 | 1.70 | 1.71 | 2.67 |

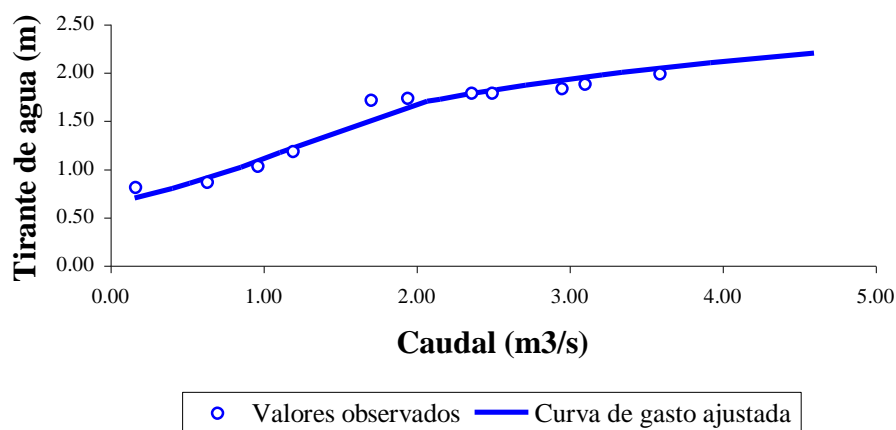


Figura 8.5 – Curva de descarga

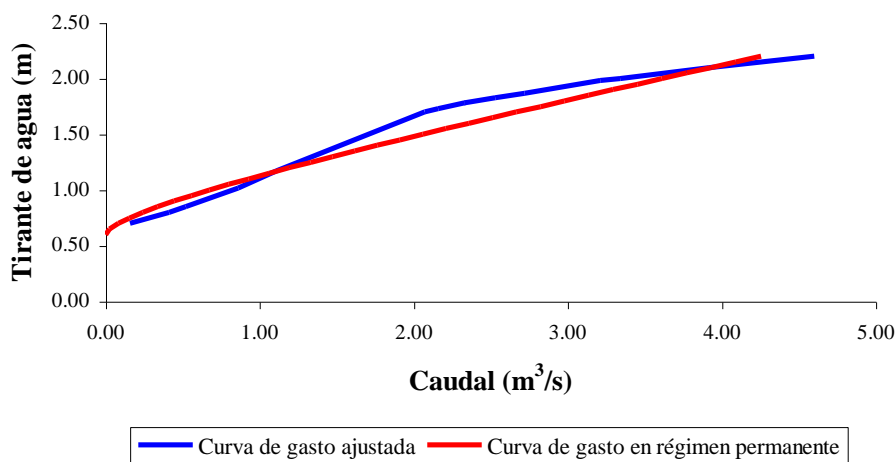


Figura 8.6 – Comparación curvas de descarga

La curva de descarga adoptada (ajustada con aforos) es similar en general a la curva sintética calculada con la ecuación de Manning. Para un rango de alturas intermedias, los caudales aforados son algo menores que los calculados con la curva sintética. Esto puede ser debido a la existencia de pérdidas adicionales originadas por interferencias al flujo en el conducto donde se ubica la sección de control.

Los caudales observados a la salida de la cuenca han sido determinados a partir de limnigramas y de la curva de descarga biunívoca ajustada, asumiendo que la pendiente de agua es paralela al fondo del canal.

Los valores de los caudales observados pueden considerarse confiables con la precisión propia de la metodología empleada para su determinación.

Hay que considerar, además, que existe cierta imprecisión adicional originada por eventuales modificaciones de la geometría de la sección de control, debidas a procesos de erosión y/o sedimentación posteriores al ajuste de la curva de gasto. No obstante lo cual se puede asumir que la precisión de estos datos es suficiente para los fines del estudio.

8.5.2 Calibración para la Micro escala

Los parámetros del modelo han sido ajustados de modo de reproducir lo mejor posible los hidrogramas observados. El modelo fue calibrado para las siguientes tormentas: 28/04/95, 05/05/95, 30/01/96, 28/02/96, 11/03/96, 12/03/96 y 15/06/96. Estas tormentas corresponden a un rango de intensidades entre medias y bajas, que no generan efectos de anegamiento en superficie, ni desbordes del sistema de drenaje, ni fenómenos de sobrecarga que puedan interferir en la calibración de los parámetros del flujo superficial. En la tabla 8.5 se presenta un resumen de las características de cada una de las tormentas consideradas. En las figuras 8.7 a 8.13 se ilustran los eventos de calibración utilizados.

Tabla 8.5 – Tormentas de calibración

| Fecha evento (dd/mm/aa) | Intensidad máxima (mm/h) | Duración total (minutos) | Lámina de agua precipitada (mm) |
|----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|------------------------------------|
| 28/04/95 | 30 | 70 | 14 |
| 05/05/95 | 9 | 215 | 16 |
| 30/01/96 | 36 | 60 | 16 |
| 28/02/96 | 36 | 75 | 15 |
| 11/03/96 | 30 | 270 | 20 |
| 12/03/96 | 48 | 230 | 31 |
| 15/06/96 | 78 | 290 | 33 |

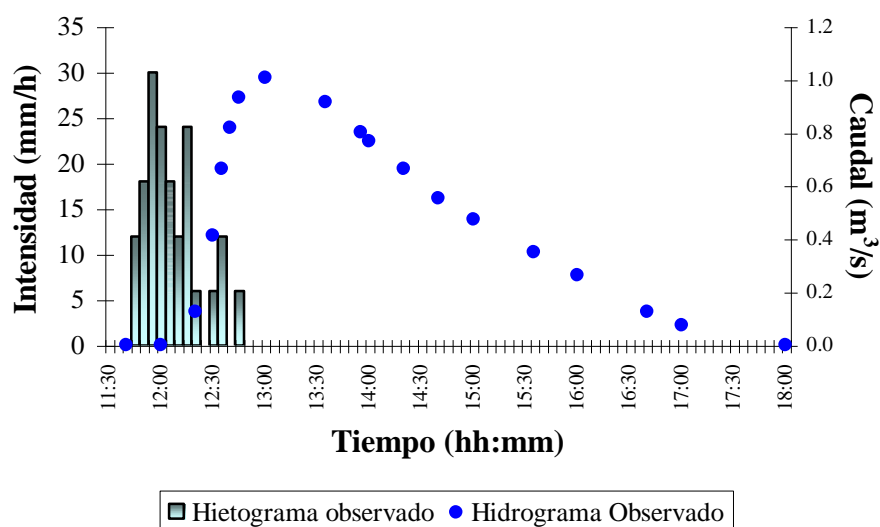


Figura 8.7 – Evento del 28/04/1995

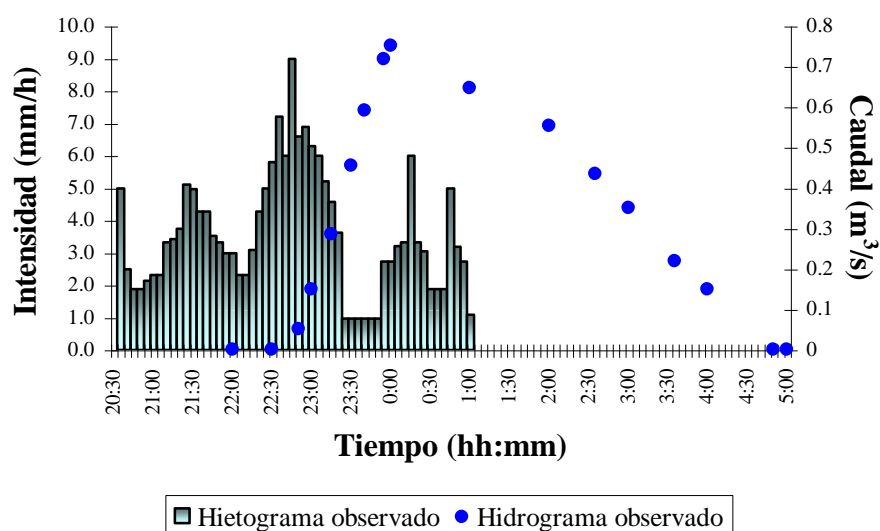


Figura 8.8 - Evento del 05/05/1995

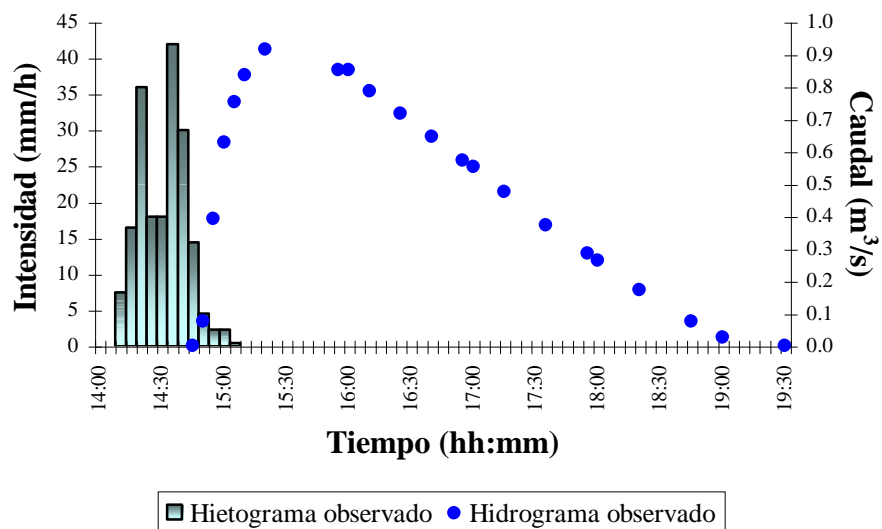


Figura 8.9 – Evento del 30/01/1996

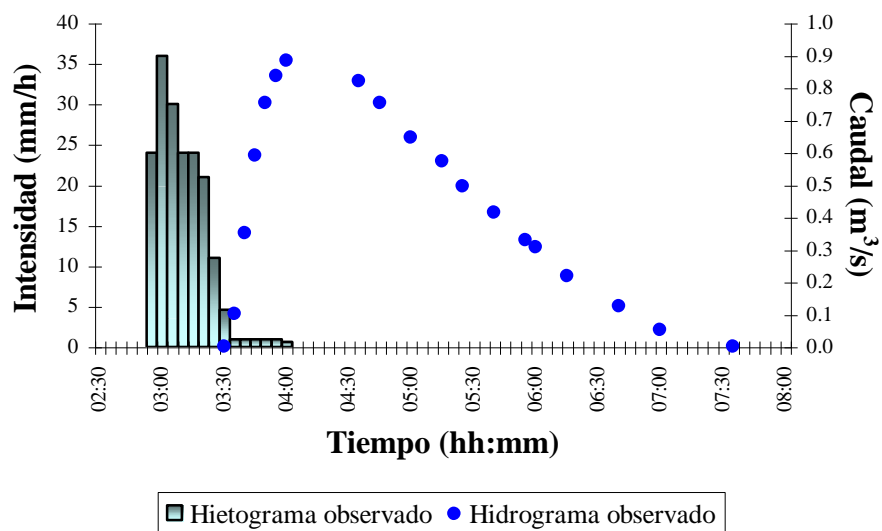


Figura 8.10 – Evento del 28/02/1996

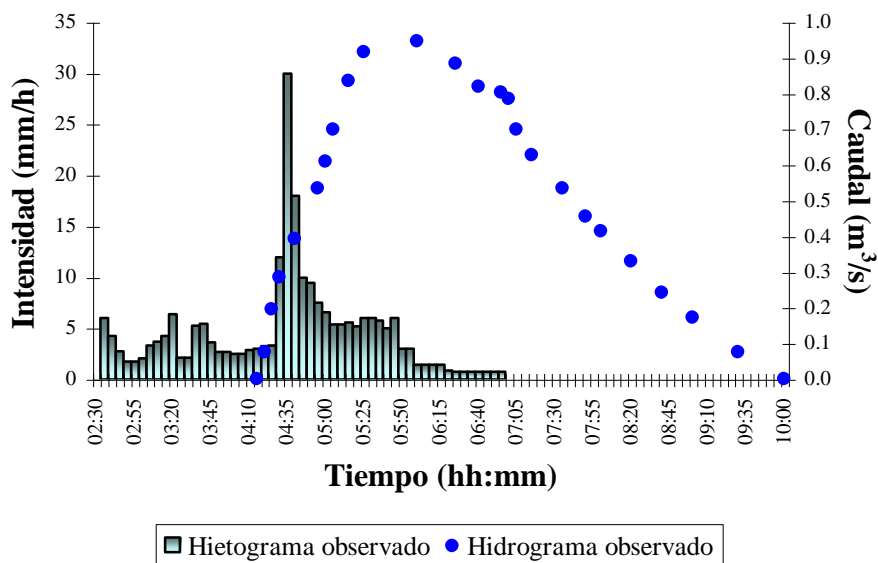


Figura 8.11 – Evento del 11/03/1996

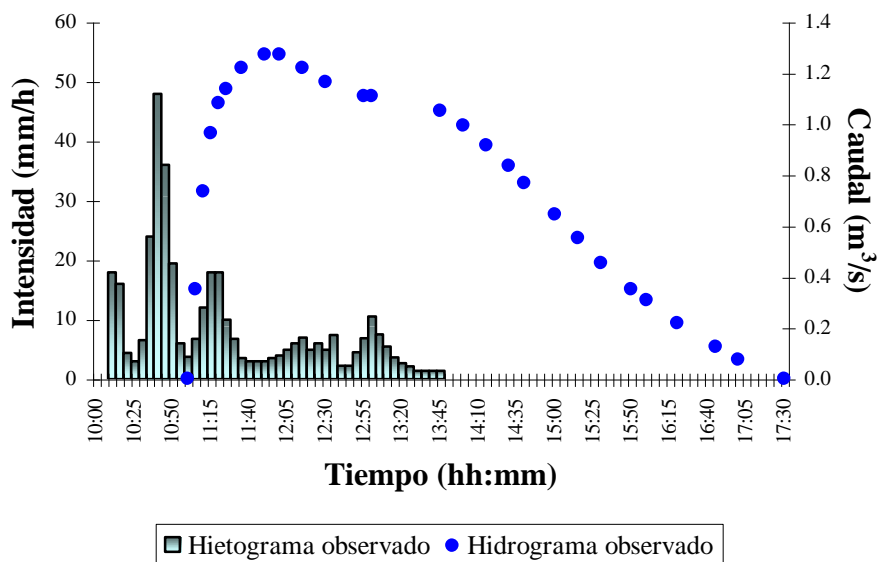


Figura 8.12 – Evento del 12/03/1996

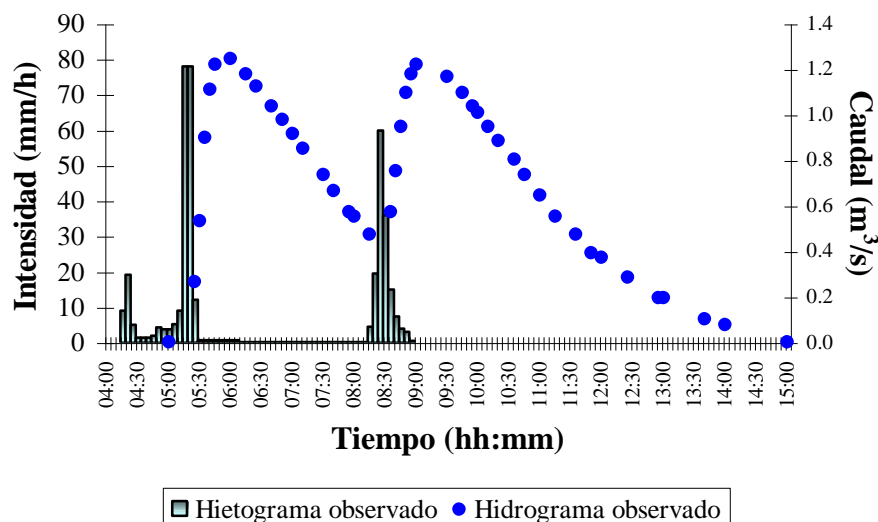


Figura 8.13 – Evento del 15/06/1996

8.5.2.1 Calibración inicial para la Micro escala (Calibración A)

Para la escala de mayor detalle (micro escala) se calibró el modelo ajustando W_s (8.1), manteniendo constantes el resto de los parámetros (ej. rugosidades de subcuencas y conductos).

Se consideraron para esta calibración coeficientes de rugosidad de 0.013 y 0.250 para las partes impermeable y permeable de las subcuencas, respectivamente. Estos valores fueron obtenidos de tablas presentadas en el manual de SWMM (Hubert y Dickinson, 1992), los cuales corresponden a los valores publicados por Crawford y Linsley (1966) y Engman (1986). Para los conductos se adoptó un coeficiente de rugosidad de 0.013, correspondiente a conductos de hormigón.

La calibración se realizó por prueba y error. A partir de (8.1), se determinó el ancho de cada subcuenca W_{s_i} en función del área de la subcuenca y del coeficiente de ajuste, α , común a todas las subcuencas. Se probaron distintos valores de α hasta que el hidrograma de salida calculado se ajustó al hidrograma de salida observado. Finalmente, se calcularon el ancho total de la cuenca W_c con (8.2) y el ancho medio de las subcuencas:

$$\overline{W}_s = \frac{W_c}{N} \quad (8.4)$$

donde N es el número de subcuencas.

Como consecuencia del ajuste de W_s para las diferentes tormentas, se obtuvo un valor de $\overline{W}_s = 7$ m. Este valor del parámetro \overline{W}_s es extremadamente pequeño y parece no tener consistencia física respecto del \overline{W} obtenido según la ecuación (7.9) (tabla B.1, Anexo B). En la tabla 8.6 se presenta un resumen de estos ajustes para cada una de las tormentas consideradas. En promedio, los errores relativos de caudal pico (ErQ), de volúmenes (ErV) y de tiempo al pico (ErT) están simultáneamente por debajo del 20 por ciento (Alley, 1986) y el coeficiente de determinación medio (R^2) para las siete tormentas es igual a 0.80, con lo cual podría considerarse como satisfactorio.

Tabla 8.6 – Calibración inicial Micro escala (Calibración A)

| | 28/04/95 | 05/05/95 | 30/01/96 | 28/02/96 | 11/03/96 | 12/03/96 | 15/06/96 |
|--------------------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Parámetros | | | | | | | |
| n conducto | 0.013 | 0.013 | 0.013 | 0.013 | 0.013 | 0.013 | 0.013 |
| n perm. | 0.250 | 0.250 | 0.250 | 0.250 | 0.250 | 0.250 | 0.250 |
| n imperm. | 0.013 | 0.013 | 0.013 | 0.013 | 0.013 | 0.013 | 0.013 |
| W medio (m) | 7.00 | 7.00 | 7.00 | 7.00 | 7.00 | 7.00 | 7.00 |
| Resultados | | | | | | | |
| Q_p (m ³ /s) | 1.11 | 0.74 | 1.09 | 1.25 | 1.14 | 1.65 | 1.55 |
| Vol. (m ³) | 6.70E+03 | 7.55E+03 | 7.59E+03 | 6.55E+03 | 9.69E+03 | 1.74E+04 | 1.95E+04 |
| t_p (min.) | 106 | 223 | 94 | 93 | 222 | 125 | 127 |
| R^2 | 0.59 | 0.97 | 0.89 | 0.74 | 0.80 | 0.82 | 0.78 |
| ErQ (%) | 9.9 | 1.3 | 18.4 | 42.1 | 20.0 | 29.9 | 25.0 |
| ErV (%) | 27.3 | 17.3 | 2.4 | 6.2 | 7.7 | 1.2 | 10.5 |
| ErT (%) | 32.5 | 6.2 | 17.5 | 32.8 | 5.7 | 13.6 | 15.5 |
| Balance de volúmenes | | | | | | | |
| Precip. total (m ³) | 2.72E+04 | 3.11E+04 | 3.11E+04 | 2.92E+04 | 3.89E+04 | 6.06E+04 | 6.41E+04 |
| Infilt. total (m ³) | 1.74E+04 | 1.93E+04 | 1.99E+04 | 1.86E+04 | 2.43E+04 | 3.84E+04 | 4.05E+04 |
| Evap. total (m ³) | 6.86E+02 | 1.42E+03 | 5.87E+02 | 5.87E+02 | 1.33E+03 | 1.21E+03 | 1.68E+03 |
| Esc. superficial (m ³) | 7.43E+03 | 8.40E+03 | 8.48E+03 | 7.57E+03 | 1.08E+04 | 1.85E+04 | 2.03E+04 |
| Almac. Superf. (m ³) | 1.75E+03 | 2.00E+03 | 1.70E+03 | 2.46E+03 | 2.44E+03 | 2.48E+03 | 1.70E+03 |
| Vol. en drenaje (m ³) | 7.43E+03 | 8.40E+03 | 8.48E+03 | 7.57E+03 | 1.08E+04 | 1.85E+04 | 2.03E+04 |
| Pérdidas (m ³) | 7.30E+02 | 8.48E+02 | 8.90E+02 | 1.02E+03 | 1.13E+03 | 1.13E+03 | 7.80E+02 |
| Vol. Secc. control (m ³) | 6.70E+03 | 7.55E+03 | 7.59E+03 | 6.55E+03 | 9.69E+03 | 1.74E+04 | 1.95E+04 |

Sin embargo, el valor de \overline{W}_s obtenido de la calibración resulta físicamente inconsistente, por lo cual no fue aceptada dicha calibración.

8.5.2.2 Calibración final para la Micro escala (Calibración B)

A partir de la falta de consistencia geométrica del valor \overline{W}_s obtenido en la calibración inicial, se procedió a revisar los valores asumidos para el resto de los parámetros hidráulicos.

Para los conductos, se reconsideró el valor de rugosidad adoptado inicialmente (0.013). Teniendo en cuenta que el modelo SWMM no contempla en forma separada las pérdidas de carga en uniones y transiciones.

Se adoptó una rugosidad en conductos de 0.020, considerando en este valor tanto las pérdidas por fricción a lo largo de la longitud de los conductos, como las pérdidas locales en uniones y transiciones, como así también las obstrucciones debidas a materiales de construcción y basuras.

También se reconsideró el valor de rugosidad asignado inicialmente al área impermeable de las subcuencas (0.013), que corresponde al de un canal de concreto alisado (terminado con cuchara) (Chow, Maidment y Mays, 1988).

Para la escala de detalle, el flujo superficial en subcuenca se aproxima al concepto de "overland flow" o flujo sobre una superficie de muy pequeño tirante (de milímetros a pocos centímetros).

De Vries y Mc Arthur (1979) establecieron que cuando se aplica la ecuación de Manning para describir el "overland flow", el coeficiente n tradicional debe ser reemplazado por un coeficiente de *rugosidad efectiva*, n_{ef} , que describa las propiedades del flujo que se está modelando. Los valores de n_{ef} son usualmente mayores que los n de Manning, debido a que no sólo consideran las pérdidas por fricción, sino también las pérdidas de carga originadas por la forma de la superficie (macro rugosidad), el efecto de la lluvia y de obstáculos y residuos sobre el flujo. Esos valores de n_{ef} han sido obtenidos de ensayos de campo y laboratorio. Para una superficie de concreto/asfalto, el n_{ef} varía entre

0.05 (si el tirante es mayor a ¼ de pulgada (6 mm aproximadamente) y hasta varias pulgadas) y 0.15 (si el tirante es menor a ¼ de pulgada). En virtud de esto, para el área impermeable de las subcuencas se adoptó un valor de rugosidad de 0.10.

A partir de estos nuevos valores de rugosidad adoptados para los conductos y para las superficies impermeables de la cuenca, se efectuó un nuevo ajuste del parámetro ancho de subcuenca, W_s .

En esta calibración se obtuvo un valor de \overline{W}_s de 104 m. Este valor tiene sustento geométrico, ya que es similar al valor medio establecido en la tabla B.1, Anexo B, (137 m). El coeficiente α obtenido es 0.57, de acuerdo a la ecuación (8.1). En la tabla 8.7 se presenta un resumen de esta calibración para los eventos considerados. El ancho total de la cuenca W_c resultó de 6136 m (104 m x 59 subcuencas).

Tabla 8.7 – Calibración final Micro escala (Calibración B)

| | 28/04/95 | 05/05/95 | 30/01/96 | 28/02/96 | 11/03/96 | 12/03/96 | 15/06/96 |
|--------------------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Parámetros | | | | | | | |
| n conducto | 0.020 | 0.020 | 0.020 | 0.020 | 0.020 | 0.020 | 0.020 |
| n perm. | 0.250 | 0.250 | 0.250 | 0.250 | 0.250 | 0.250 | 0.250 |
| n imperm. | 0.100 | 0.100 | 0.100 | 0.100 | 0.100 | 0.100 | 0.100 |
| W medio (m) | 104.00 | 104.00 | 104.00 | 104.00 | 104.00 | 104.00 | 104.00 |
| Resultados | | | | | | | |
| Q_p (m ³ /s) | 0.88 | 0.61 | 1.10 | 0.99 | 1.06 | 1.57 | 1.46 |
| Vol. (m ³) | 7.63E+03 | 8.41E+03 | 8.66E+03 | 7.63E+03 | 1.08E+04 | 1.87E+04 | 2.06E+04 |
| t_p (min.) | 106 | 223 | 94 | 93 | 220 | 124 | 127 |
| R^2 | 0.64 | 0.99 | 0.91 | 0.77 | 0.84 | 0.85 | 0.78 |
| ErQ (%) | 12.9 | 18.7 | 19.6 | 12.5 | 11.6 | 23.6 | 16.8 |
| ErV (%) | 17.2 | 7.9 | 11.3 | 23.7 | 2.9 | 8.7 | 5.5 |
| ErT (%) | 32.5 | 6.2 | 17.5 | 32.8 | 4.8 | 12.7 | 15.5 |
| Balance de volúmenes | | | | | | | |
| Precip. total (m ³) | 2.72E+04 | 3.11E+04 | 3.11E+04 | 2.92E+04 | 3.89E+04 | 6.06E+04 | 6.41E+04 |
| Infilt. total (m ³) | 1.74E+04 | 1.93E+04 | 1.99E+04 | 1.86E+04 | 2.43E+04 | 3.84E+04 | 4.05E+04 |
| Evap. total (m ³) | 6.86E+02 | 1.42E+03 | 5.87E+02 | 5.87E+02 | 1.33E+03 | 1.21E+03 | 1.68E+03 |
| Esc. superficial (m ³) | 8.32E+03 | 9.32E+03 | 9.54E+03 | 8.70E+03 | 1.20E+04 | 1.98E+04 | 2.12E+04 |
| Almac. Superf. (m ³) | 8.58E+02 | 1.04E+03 | 1.10E+03 | 1.32E+03 | 1.25E+03 | 1.20E+03 | 7.35E+02 |
| Vol. en drenaje (m ³) | 8.32E+03 | 9.32E+03 | 9.54E+03 | 8.70E+03 | 1.20E+04 | 1.98E+04 | 2.12E+04 |
| Pérdidas (m ³) | 6.91E+02 | 9.06E+02 | 8.82E+02 | 1.07E+03 | 1.20E+03 | 1.09E+03 | 6.41E+02 |
| Vol. secc. control (m ³) | 7.63E+03 | 8.41E+03 | 8.66E+03 | 7.63E+03 | 1.08E+04 | 1.87E+04 | 2.06E+04 |

En esta calibración los errores medios de caudal pico, volumen y tiempo al pico fueron menores al 20% simultáneamente y el coeficiente de determinación R^2 resultó

mayor a 0.80. Teniendo en cuenta los errores obtenidos y que el ancho medio \overline{W}_s obtenido tiene sustento geométrico, se adoptó esta calibración para la micro escala.

8.5.2.3 Conclusión

En la tabla 8.8 se presenta un resumen de los estadísticos en valor absoluto de las dos calibraciones realizadas. A partir del análisis de los resultados se puede concluir que la calibración B arroja errores medios ErQ , ErV y ErT por debajo del 20% simultáneamente y un coeficiente de determinación R^2 medio mayor a 0.80. Si bien la calibración A da resultados similares a los de la calibración B, el valor de \overline{W}_s obtenido resulta físicamente inconsistente, por lo cual la calibración A se descarta.

Tabla 8.8 – Resumen de estadísticos

| Evento | Calibración A | | | | Calibración B | | | |
|----------|---------------|--------------|--------------|--------------|---------------|--------------|--------------|--------------|
| | R^2 | ErQ (%) | ErV (%) | ErT (%) | R^2 | ErQ (%) | ErV (%) | ErT (%) |
| 28/04/95 | 0.59 | 9.9 | 27.3 | 32.5 | 0.64 | 12.9 | 17.2 | 32.5 |
| 05/05/95 | 0.97 | 1.3 | 17.3 | 6.2 | 0.99 | 18.7 | 7.9 | 6.2 |
| 30/01/96 | 0.89 | 18.4 | 2.4 | 17.5 | 0.91 | 19.6 | 11.3 | 17.5 |
| 28/02/96 | 0.74 | 42.1 | 6.2 | 32.8 | 0.77 | 12.5 | 23.7 | 32.8 |
| 11/03/96 | 0.80 | 20.0 | 7.7 | 5.7 | 0.84 | 11.6 | 2.9 | 4.8 |
| 12/03/96 | 0.82 | 29.9 | 1.2 | 13.6 | 0.85 | 23.6 | 8.7 | 12.7 |
| 15/06/96 | 0.78 | 25.0 | 10.5 | 15.5 | 0.78 | 16.8 | 5.5 | 15.5 |
| Medio | 0.80 | 20.9 | 10.4 | 17.7 | 0.83 | 16.5 | 11.0 | 17.4 |
| Máximo | | 42.1 | 27.3 | 32.8 | | 23.6 | 23.7 | 32.8 |

Por otro lado, el valor de \overline{W}_s ajustado en la calibración B es del orden del valor medio medido (tabla B.1) y los valores de n_c , n_i y n_p están dentro de los rangos encontrados en la literatura. En las figuras 8.14 a 8.20 se presentan los hidrogramas resultantes de las calibraciones A y B para las distintas tormentas consideradas.

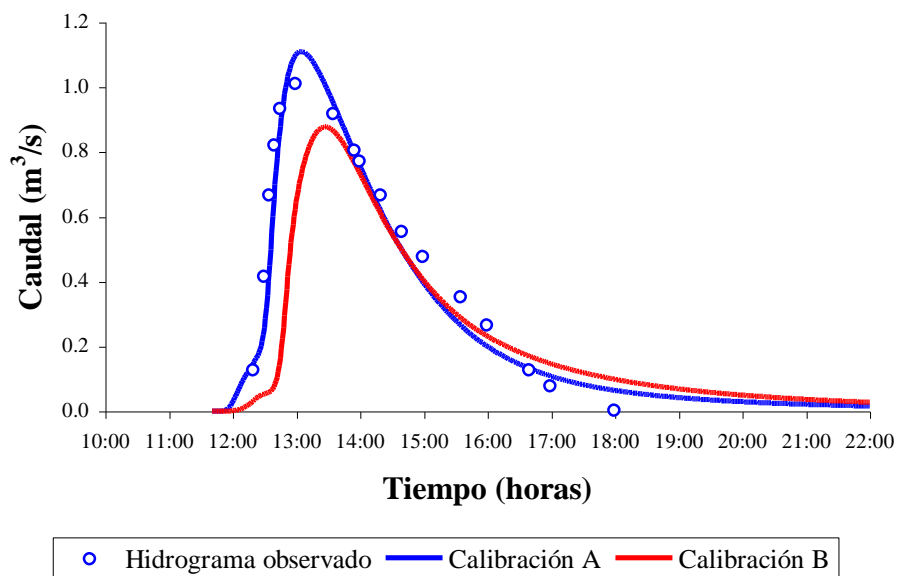


Figura 8.14 - Hidrogramas resultantes de las calibraciones del evento del 28/04/1995

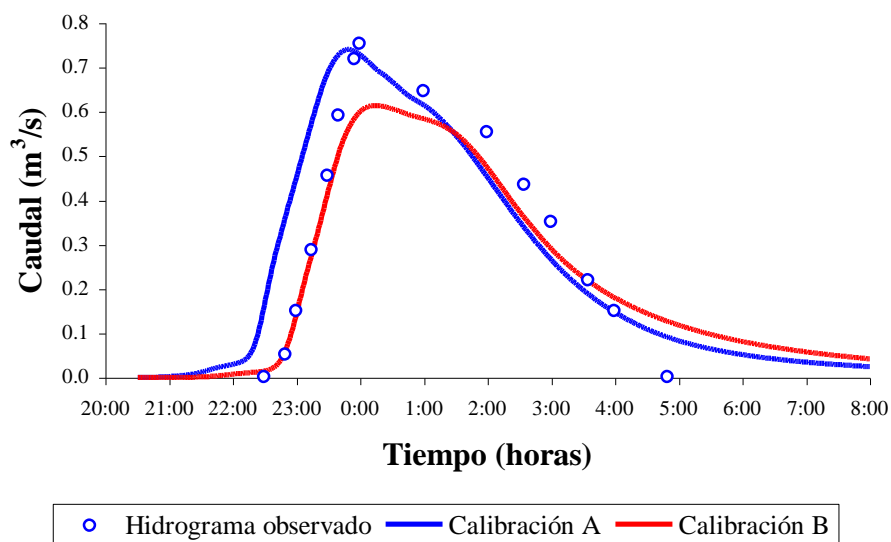


Figura 8.15 - Hidrogramas resultantes de las calibraciones del evento del 05/05/1995

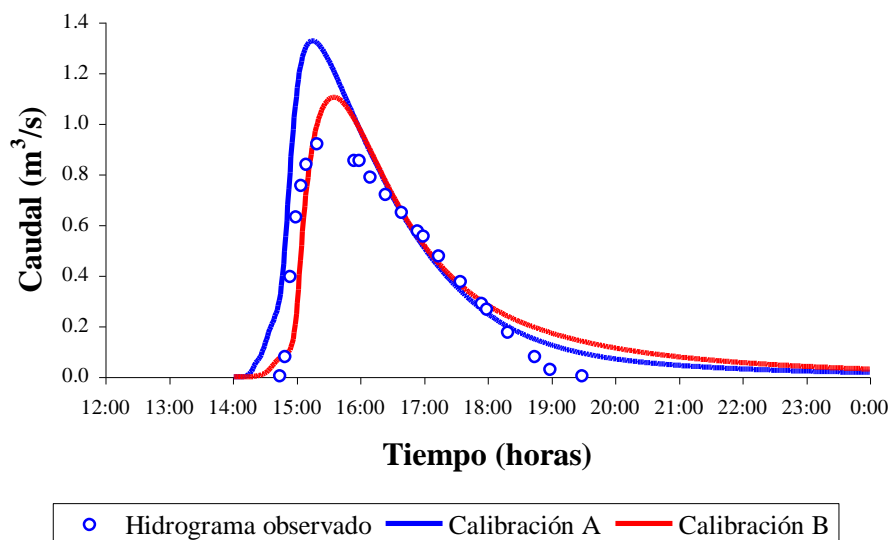


Figura 8.16 - Hidrogramas resultantes de las calibraciones del evento del 30/01/1996

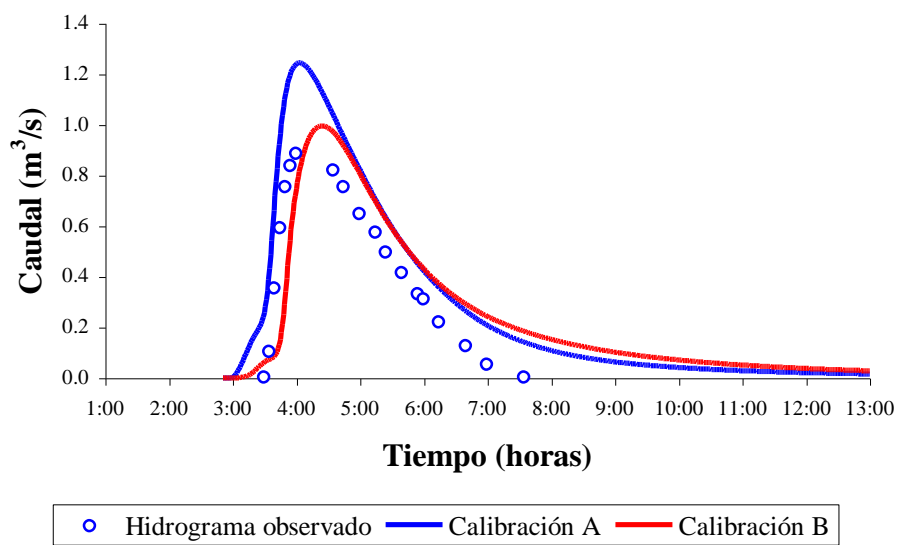


Figura 8.17 - Hidrogramas resultantes de las calibraciones del evento del 28/02/1996

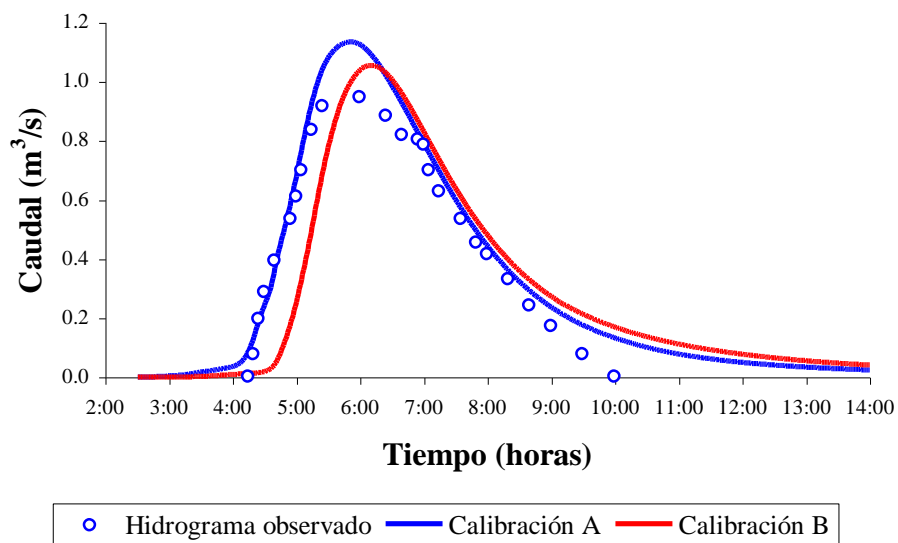


Figura 8.18 - Hidrogramas resultantes de las calibraciones del evento del 11/03/1996

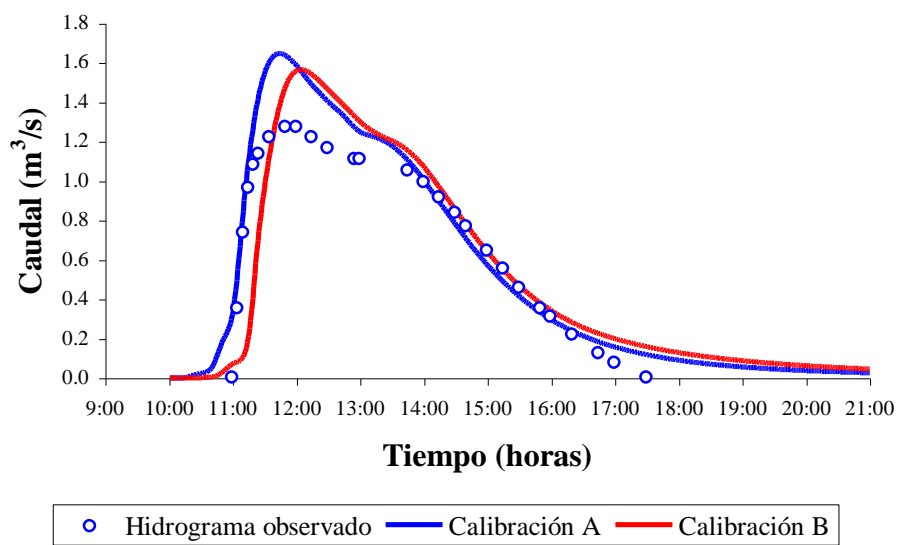


Figura 8.19 - Hidrogramas resultantes de las calibraciones del evento del 12/03/1996

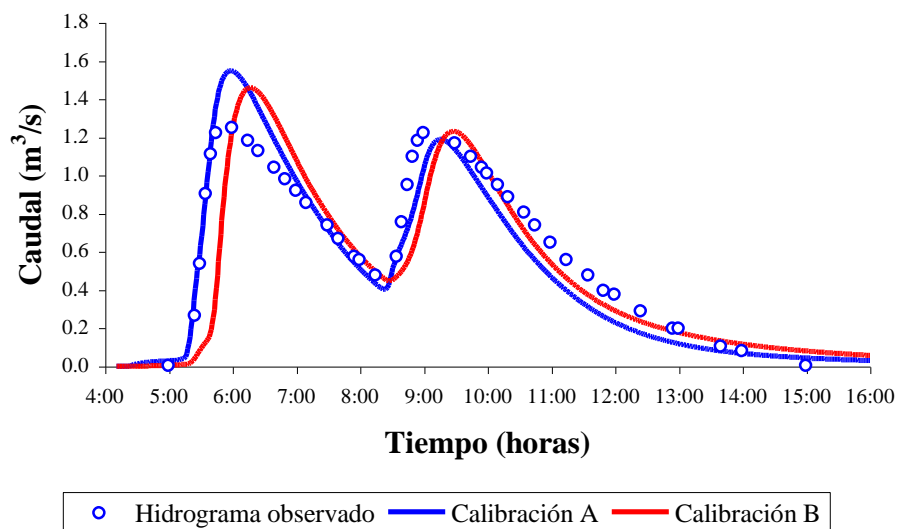


Figura 8.20 - Hidrogramas resultantes de las calibraciones del evento del 15/06/1996

En las figuras 8.21, 8.22 y 8.23 se presentan los gráficos comparativos entre los valores simulados y observados del caudal pico, del volumen y de los tiempos al pico respectivamente, para las dos calibraciones. La línea llena representa la bisectriz, para la cual los valores simulados coinciden con los observados. Las líneas punteadas indican el error relativo en $\pm 20\%$ respecto a los valores observados.

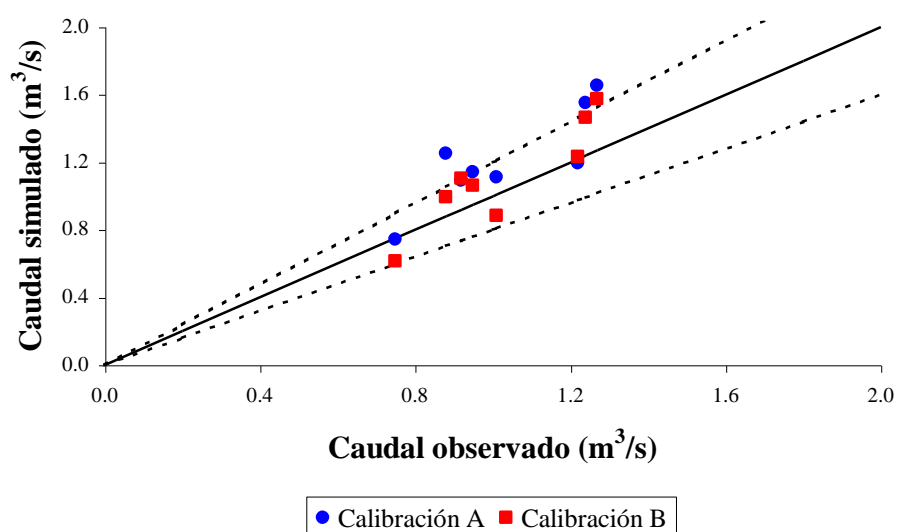


Figura 8.21 – Caudales simulados versus caudales observados

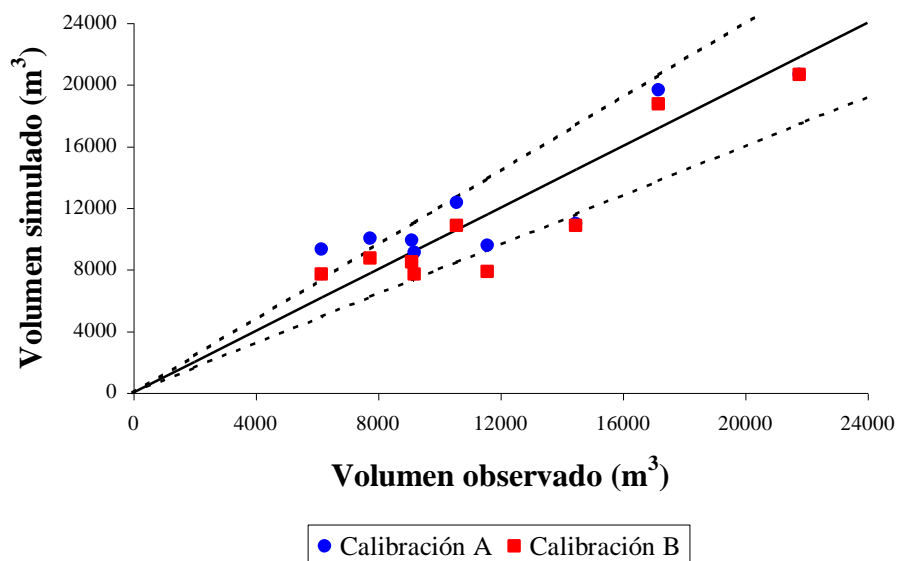


Figura 8.22 – Volúmenes simulados versus volúmenes observados

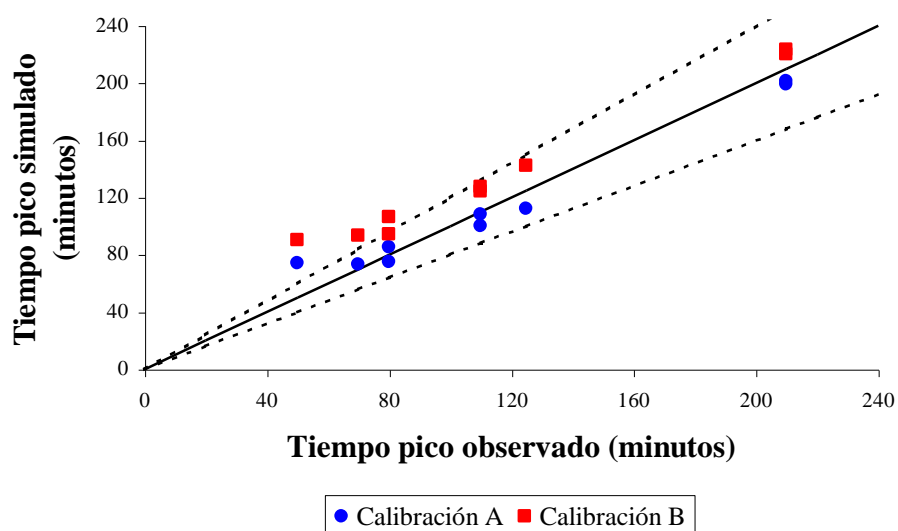


Figura 8.23 – Tiempos pico simulados versus tiempos pico observados

8.5.2.4 Análisis de sensibilidad

A continuación se presenta un análisis de sensibilidad del modelo a los parámetros de calibración: rugosidad de conductos, n_c , rugosidad de la superficie impermeable de la cuenca, n_i y ancho de escurrimiento, W .

Una vez calibrado el modelo para la escala de detalle (59 subcuencas) se hace variar de a un parámetro a la vez en $\pm 10\%$ y $\pm 20\%$ el valor obtenido de calibración. A partir de los hidrogramas resultantes se pueden evaluar los errores relativos de caudal pico (ErQ) y de tiempo al pico (ErT) respecto del caudal pico y del tiempo al pico de calibración y así evaluar la sensibilidad del modelo a dichos parámetros.

Para este análisis de sensibilidad se han considerado dos eventos: las tormentas del 30/01/1996 y del 15/06/1996. En las tablas 8.9 y 8.10 se presenta un resumen del análisis de sensibilidad para ambas tormentas.

Del análisis de los resultados puede concluirse que el modelo presenta un grado de sensibilidad similar para los tres parámetros considerados, tanto en caudales pico como en tiempos al pico (tablas 8.9 y 8.10) sobre los tiempos pico.

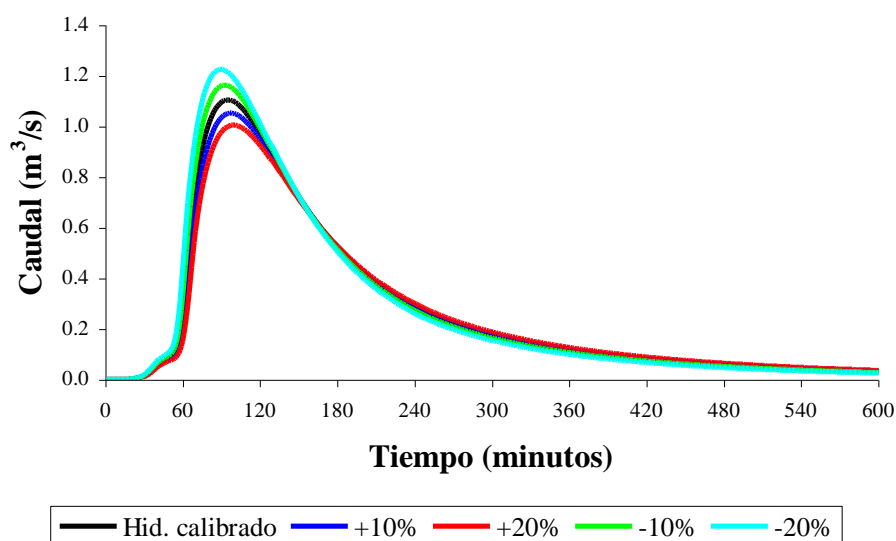
Tabla 8.9 – Análisis de sensibilidad del modelo SWMM para el evento del 30/01/1996

| Sensibilidad a la rugosidad de la superficie impermeable, n_i | | | | |
|---|---------------------------|--------------|---------|---------|
| Incremento (%) | Q_p (m ³ /s) | t_p (min.) | ErQ (%) | ErT (%) |
| +20 | 1.00 | 100 | 9.0 | 5.3 |
| +10 | 1.05 | 98 | 4.7 | 3.2 |
| Valor de calibración | 1.10 | 95 | 0.0 | 0.0 |
| -10 | 1.16 | 93 | 5.3 | 2.1 |
| -20 | 1.23 | 90 | 11.0 | 5.3 |
| Sensibilidad a la rugosidad de los conductos, n_c | | | | |
| Incremento (%) | Q_p (m ³ /s) | t_p (min.) | ErQ (%) | ErT (%) |
| +20 | 1.01 | 102 | 8.4 | 7.4 |
| +10 | 1.06 | 99 | 4.3 | 4.2 |
| Valor de calibración | 1.10 | 95 | 0.0 | 0.0 |
| -10 | 1.16 | 91 | 4.8 | 4.2 |
| -20 | 1.22 | 87 | 10.2 | 8.4 |
| Sensibilidad al ancho de escurrimiento W | | | | |
| Incremento (%) | Q_p (m ³ /s) | t_p (min.) | ErQ (%) | ErT (%) |
| +20 | 1.20 | 91 | 9.0 | 4.2 |
| +10 | 1.16 | 93 | 4.8 | 2.1 |
| Valor de calibración | 1.10 | 95 | 0.0 | 0.0 |
| -10 | 1.05 | 98 | 5.2 | 3.2 |
| -20 | 0.98 | 101 | 11.0 | 6.3 |

Tabla 8.10 – Análisis de sensibilidad del modelo SWMM para el evento del 15/06/1996

| Sensibilidad a la rugosidad de la superficie impermeable, n_i | | | | |
|---|---------------------------|--------------|---------|---------|
| Incremento (%) | Q_p (m ³ /s) | t_p (min.) | ErQ (%) | ErT (%) |
| +20 | 1.34 | 131 | 8.1 | 3.1 |
| +10 | 1.40 | 129 | 4.3 | 1.6 |
| Valor de calibración | 1.46 | 127 | 0.0 | 0.0 |
| -10 | 1.53 | 125 | 4.8 | 1.6 |
| -20 | 1.61 | 122 | 10.1 | 3.9 |
| Sensibilidad a la rugosidad de los conductos, n_c | | | | |
| Incremento (%) | Q_p (m ³ /s) | t_p (min.) | ErQ (%) | ErT (%) |
| +20 | 1.33 | 133 | 9.1 | 4.7 |
| +10 | 1.39 | 130 | 4.8 | 2.4 |
| Valor de calibración | 1.46 | 127 | 0.0 | 0.0 |
| -10 | 1.54 | 123 | 5.4 | 3.1 |
| -20 | 1.63 | 120 | 11.5 | 5.5 |
| Sensibilidad al ancho de escurrimiento W | | | | |
| Incremento (%) | Q_p (m ³ /s) | t_p (min.) | ErQ (%) | ErT (%) |
| +20 | 1.58 | 123 | 8.3 | 3.1 |
| +10 | 1.52 | 125 | 4.3 | 1.6 |
| Valor de calibración | 1.46 | 127 | 0.0 | 0.0 |
| -10 | 1.39 | 129 | 4.7 | 1.6 |
| -20 | 1.32 | 132 | 9.9 | 3.9 |

En las figuras 8.24 a 8.29 se muestran los hidrogramas resultantes del análisis de sensibilidad a los parámetros n_i , n_c y W para los eventos del 30/01/1996 y del 15/06/1996 respectivamente.

Figura 8.24– Análisis de sensibilidad al parámetro n_i para el evento del 30/01/1996

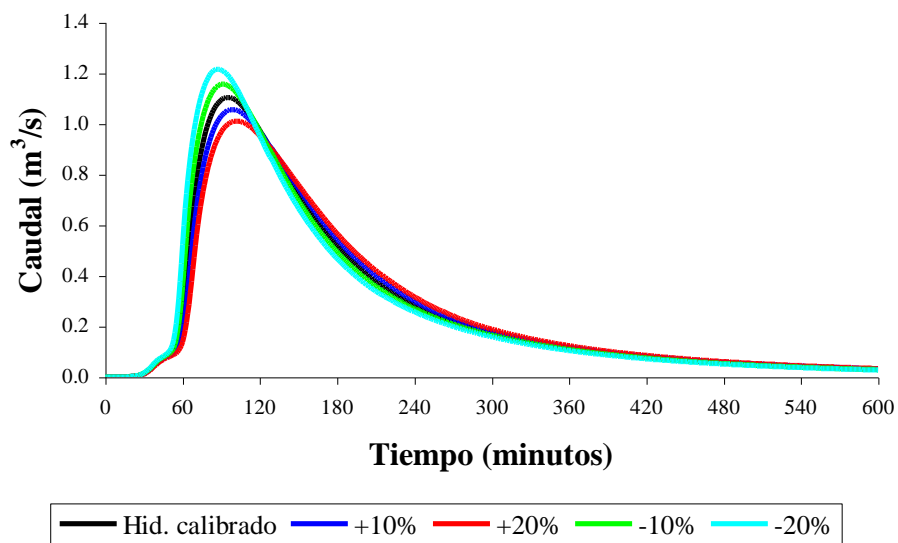


Figura 8.25 – Análisis de sensibilidad al parámetro n_c para el evento del 30/01/1996

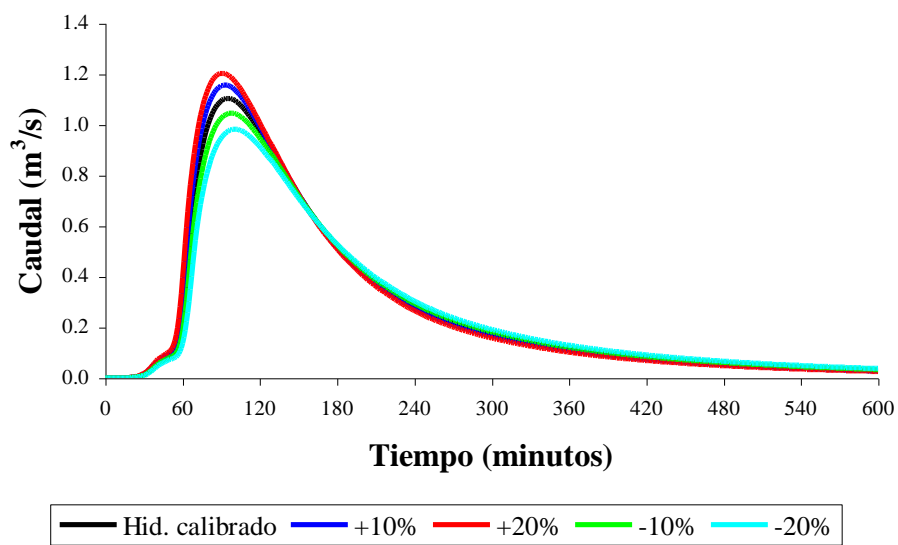


Figura 8.26 – Análisis de sensibilidad al parámetro W para el evento del 30/01/1996

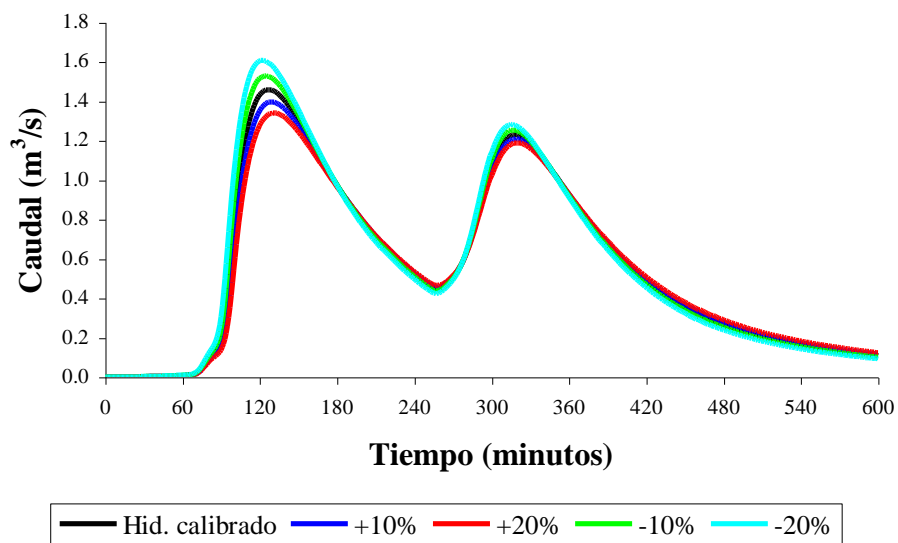


Figura 8.27 – Análisis de sensibilidad al parámetro n_i para el evento del 15/06/1996

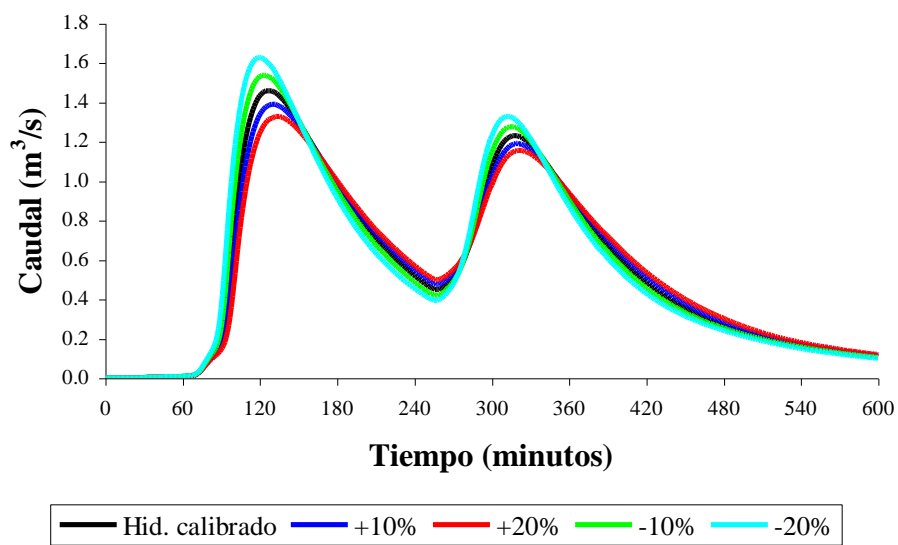


Figura 8.28 – Análisis de sensibilidad al parámetro n_c para el evento del 15/06/1996

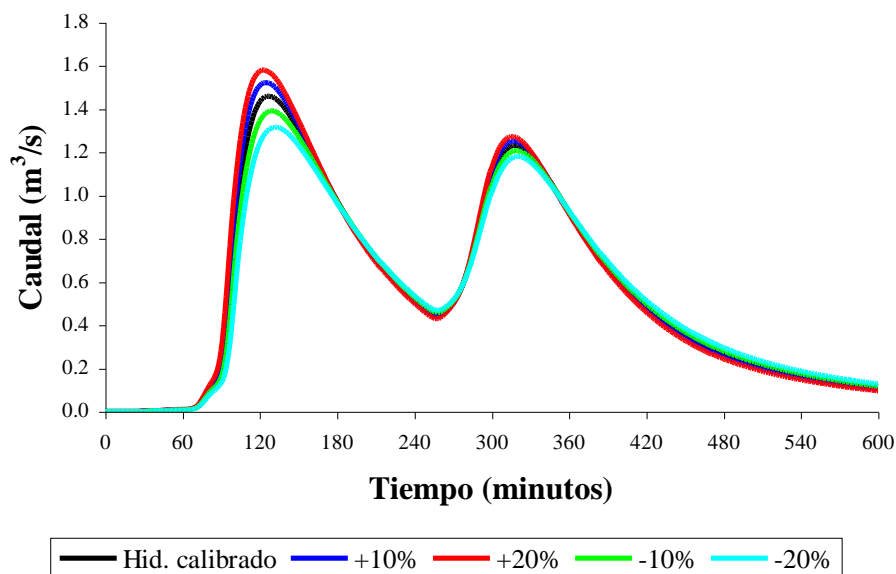


Figura 8.29 – Análisis de sensibilidad al parámetro W para el evento del 15/06/1996

8.5.3 Calibración para las meso y macro escalas

A partir de la escala de detalle o micro escala (59 subcuencas) se considera la agregación espacial en 25 subcuencas (meso escala) y 6 subcuencas (macro escala), cuyas características físicas se presentan en las tablas B.3 y B.4 (Anexo B), respectivamente. Además, en las tablas B.5 y B.6 se detallan los correspondientes sistemas de drenaje, todo lo cual se esquematiza en las figuras B.3 y B.4 (Anexo B).

En las figuras 8.30 y 8.31 se ilustran las respectivas discretizaciones de la cuenca con sus correspondientes redes de drenaje.

Los valores de los parámetros de rugosidad que se adoptan para calibrar el modelo para las meso y macro escalas son los obtenidos de la calibración para la micro escala, siendo el parámetro de ajuste, el ancho de subcuenca W_s . Las tormentas de calibración son las mismas que se consideran en el apartado 8.5.2.

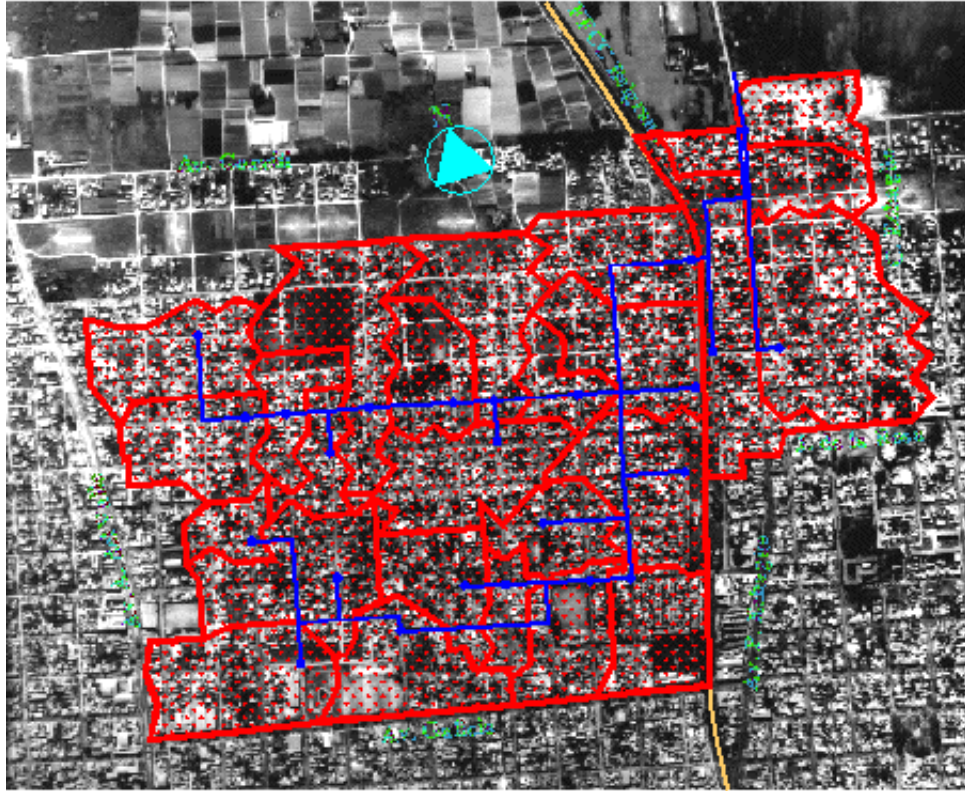


Figura 8.30– Discretización en 25 subcuencas (Meso escala)

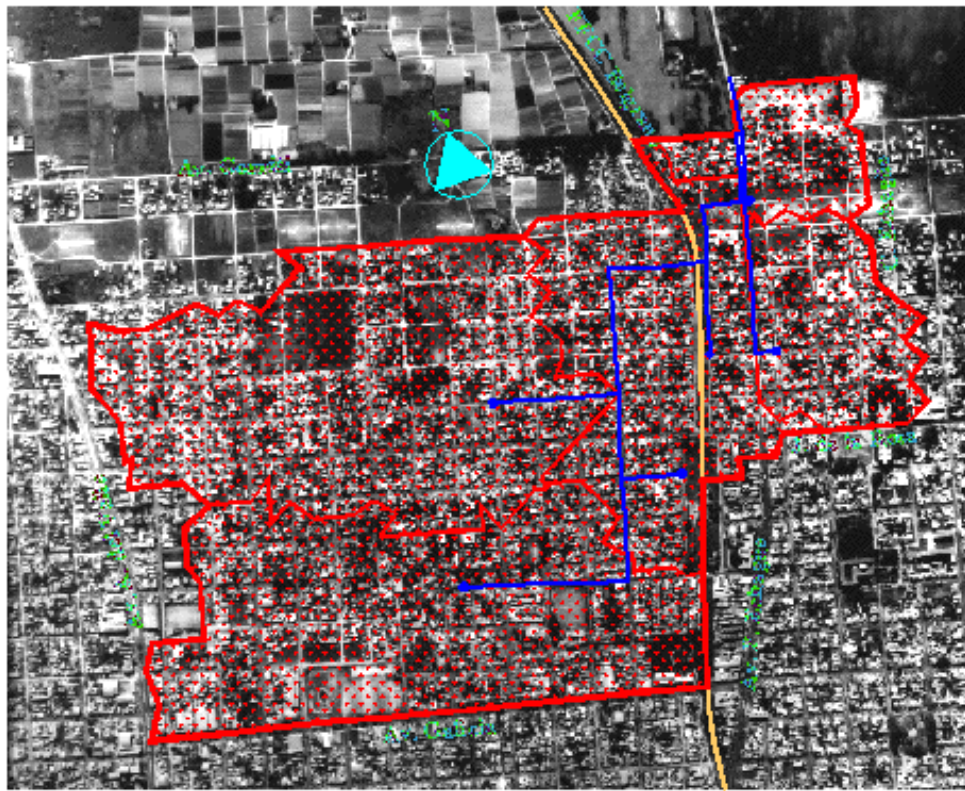


Figura 8.31 – Discretización en 6 subcuencas (Macro escala)

De la calibración del modelo, se obtuvieron valores de \overline{W}_s de 130 y 385 m para las meso y macro escalas, respectivamente, los que son similares a los valores estimados geoméricamente en las tablas B.3 y B.4 (anexo B). Los valores de α fueron 0.46 y 0.68, respectivamente.

Los valores del ancho total de la cuenca fueron: 3250 m (130 m x 25 subcuencas) y 2310 m (385 m x 6 subcuencas) para las escalas meso y macro, respectivamente.

En las calibraciones de estas 2 escalas, los valores de error relativo medio del caudal pico, del volumen y del tiempo pico fueron simultáneamente inferiores al 20%, con valores medio del coeficiente de determinación superiores a 0.80. A partir de estos valores de los errores y de la consistencia geométrica de los valores de \overline{W}_s obtenidos, se aceptaron las calibraciones realizadas. En las figuras 8.32 a 8.38 se ilustran los hidrogramas resultantes para la meso y macro escala y para cada uno de los eventos de calibración.

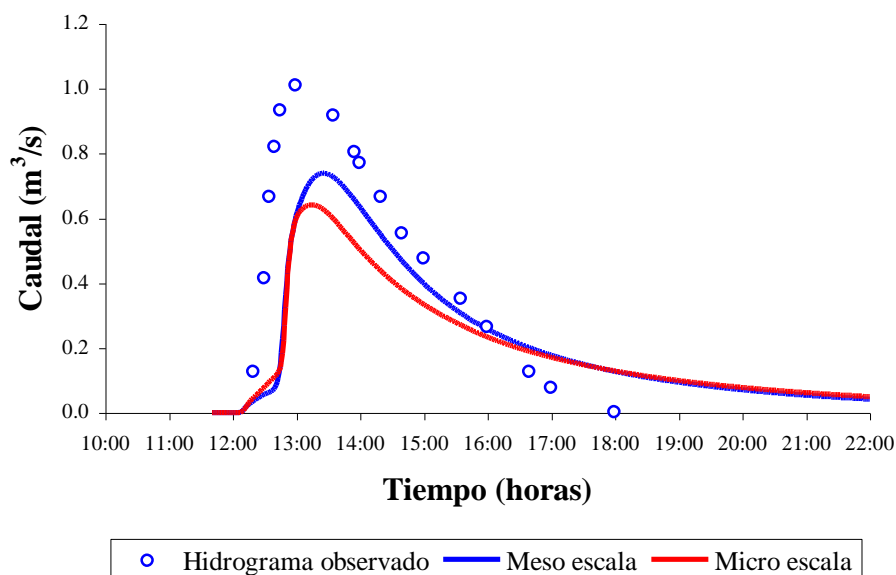


Figura 8.32 – Hidrogramas resultantes de las calibraciones del evento del 28/04/1995 para la meso y macro escalas

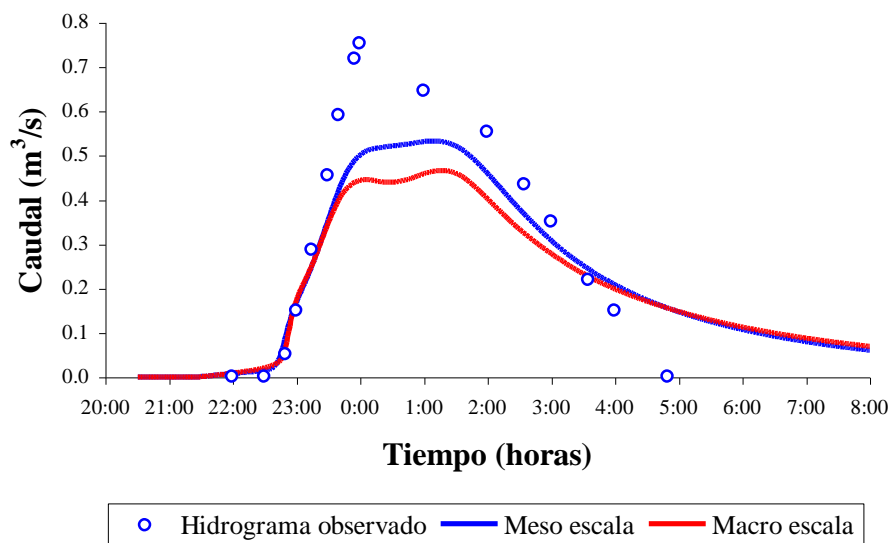


Figura 8.33 – Hidrogramas resultantes de las calibraciones del evento del 05/05/1995 para la meso y macro escalas

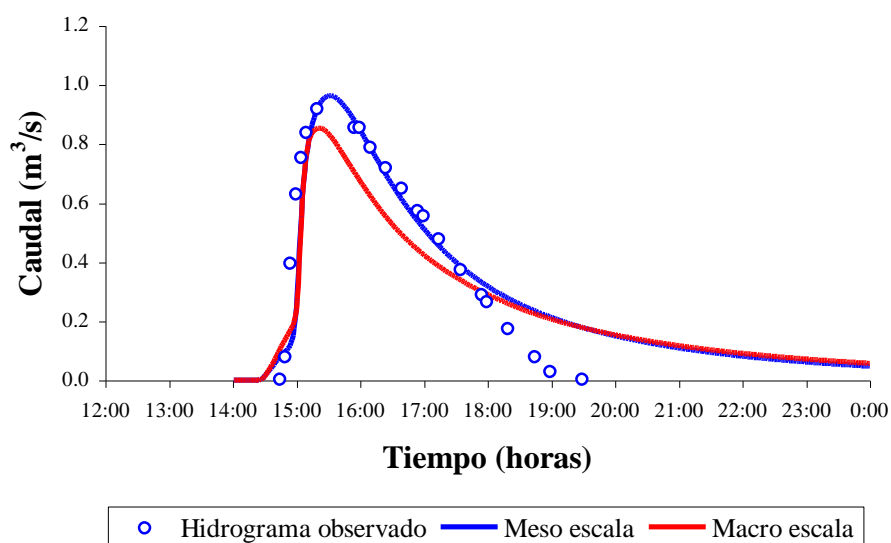


Figura 8.34 – Hidrogramas resultantes de las calibraciones del evento del 30/01/1996 para la meso y macro escalas

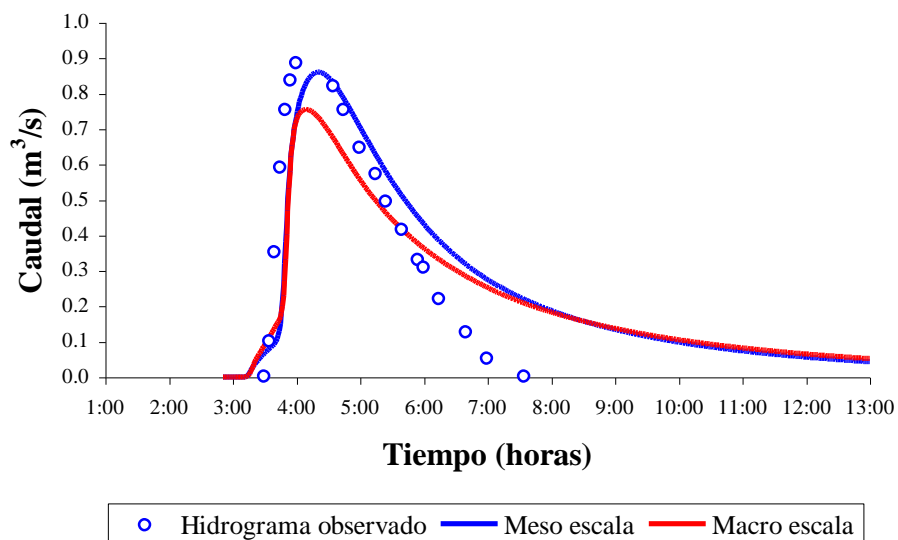


Figura 8.35 – Hidrogramas resultantes de las calibraciones del evento del 28/02/1996 para la meso y macro escalas

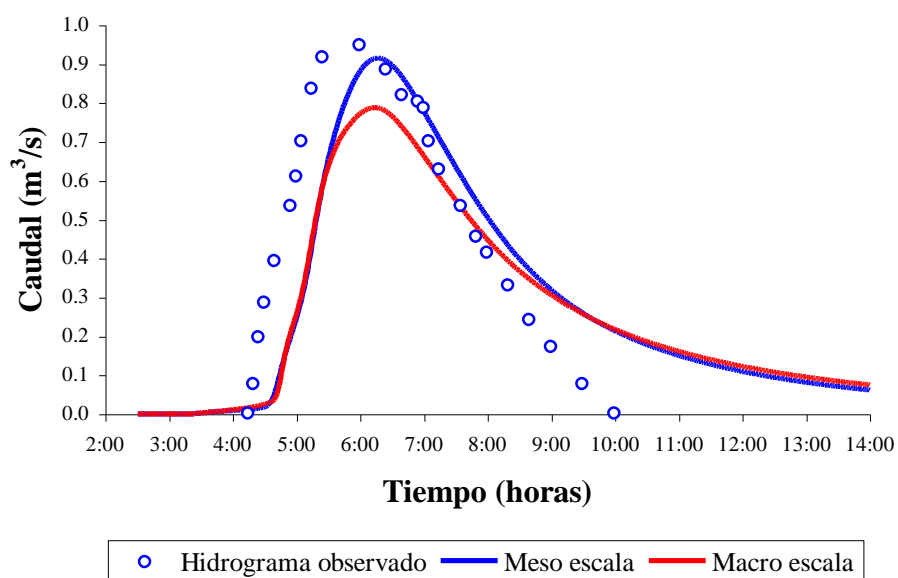


Figura 8.36 – Hidrogramas resultantes de las calibraciones del evento del 11/03/1996 para la meso y macro escalas

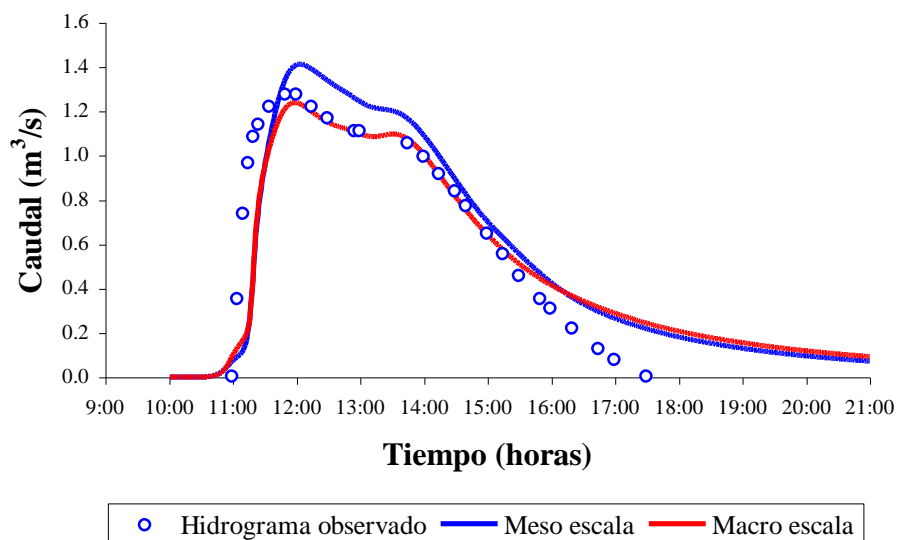


Figura 8.37 – Hidrogramas resultantes de las calibraciones del evento del 12/03/1996 para la meso y macro escalas

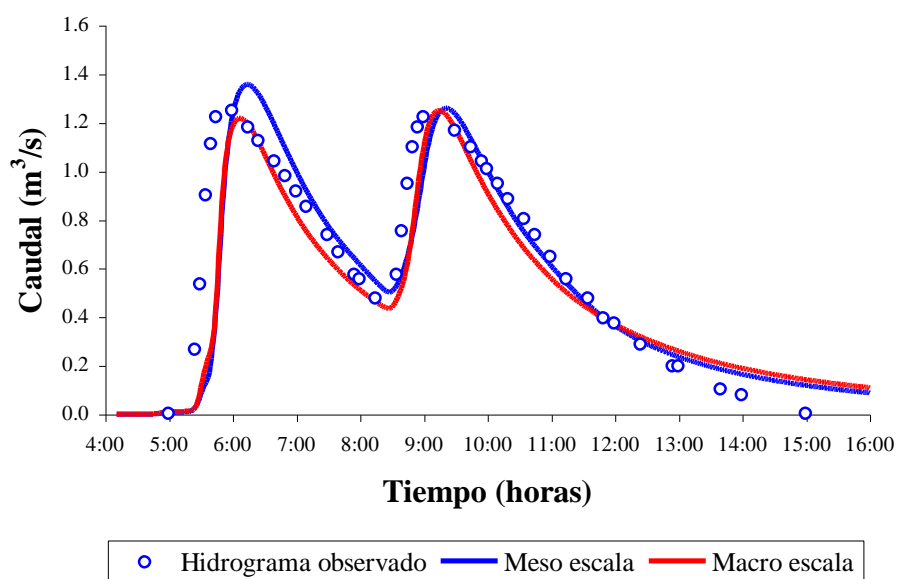


Figura 8.38 – Hidrogramas resultantes de las calibraciones del evento del 15/06/1996 para la meso y macro escalas

En las tablas 8.11 y 8.12 se presentan los resúmenes de las calibraciones para ambas escalas.

Tabla 8.11 – Resumen calibración meso escala, ajustando valores del parámetro W

| | 28/04/95 | 05/05/95 | 30/01/96 | 28/02/96 | 11/03/96 | 12/03/96 | 15/06/96 |
|--------------------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Parámetros | | | | | | | |
| n conducto | 0.020 | 0.020 | 0.020 | 0.020 | 0.020 | 0.020 | 0.020 |
| n perm. | 0.250 | 0.250 | 0.250 | 0.250 | 0.250 | 0.250 | 0.250 |
| n imperm. | 0.100 | 0.100 | 0.100 | 0.100 | 0.100 | 0.100 | 0.100 |
| W medio (m) | 130.00 | 130.00 | 130.00 | 130.00 | 130.00 | 130.00 | 130.00 |
| Resultados | | | | | | | |
| Q _p (m ³ /s) | 0.74 | 0.53 | 0.96 | 0.86 | 0.91 | 1.41 | 1.36 |
| Vol. (m ³) | 7.32E+03 | 8.05E+03 | 8.39E+03 | 7.24E+03 | 1.03E+04 | 1.89E+04 | 2.16E+04 |
| t _p (min.) | 105 | 279 | 91 | 91 | 227 | 123 | 124 |
| R ² | 0.60 | 0.97 | 0.91 | 0.79 | 0.80 | 0.84 | 0.80 |
| ErQ (%) | 26.7 | 29.3 | 4.3 | 2.3 | 4.2 | 11.0 | 8.8 |
| ErV (%) | 20.6 | 11.8 | 7.8 | 17.3 | 1.9 | 9.9 | 0.9 |
| ErT (%) | 31.3 | 32.9 | 13.8 | 30.0 | 8.1 | 11.8 | 4.6 |
| Balance de volúmenes | | | | | | | |
| Precip. total (m ³) | 2.72E+04 | 3.11E+04 | 3.11E+04 | 2.92E+04 | 3.89E+04 | 6.06E+04 | 6.41E+04 |
| Infilt. total (m ³) | 1.68E+04 | 1.88E+04 | 1.91E+04 | 1.80E+04 | 1.36E+04 | 3.84E+04 | 3.84E+04 |
| Evap. total (m ³) | 7.32E+02 | 1.43E+03 | 6.72E+02 | 6.01E+02 | 1.35E+03 | 1.21E+03 | 1.76E+03 |
| Esc. Superficial (m ³) | 7.80E+03 | 8.77E+03 | 9.05E+03 | 8.02E+03 | 1.13E+04 | 1.98E+04 | 2.22E+04 |
| Almac. Superf. (m ³) | 1.84E+03 | 2.11E+03 | 2.28E+03 | 2.60E+03 | 2.56E+03 | 1.20E+03 | 1.76E+03 |
| Vol. en drenaje (m ³) | 7.80E+03 | 8.77E+03 | 9.05E+03 | 8.02E+03 | 1.13E+04 | 1.98E+04 | 2.22E+04 |
| Pérdidas (m ³) | 4.82E+02 | 7.23E+02 | 6.56E+02 | 7.84E+02 | 1.04E+03 | 1.09E+03 | 6.20E+02 |
| Vol. secc. control (m ³) | 7.32E+03 | 8.05E+03 | 8.39E+03 | 7.24E+03 | 1.03E+04 | 1.87E+04 | 2.16E+04 |

Tabla 8.12 – Resumen calibración macro escala, ajustando valores del parámetro W

| | 28/04/95 | 05/05/95 | 30/01/96 | 28/02/96 | 11/03/96 | 12/03/96 | 15/06/96 |
|--------------------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Parámetros | | | | | | | |
| n conducto | 0.020 | 0.020 | 0.020 | 0.020 | 0.020 | 0.020 | 0.020 |
| n perm. | 0.250 | 0.250 | 0.250 | 0.250 | 0.250 | 0.250 | 0.250 |
| n imperm. | 0.100 | 0.100 | 0.100 | 0.100 | 0.100 | 0.100 | 0.100 |
| W medio (m) | 385.00 | 385.00 | 385.00 | 385.00 | 385.00 | 385.00 | 385.00 |
| Resultados | | | | | | | |
| Q _p (m ³ /s) | 0.64 | 0.47 | 0.85 | 0.76 | 0.79 | 1.24 | 1.22 |
| Vol. (m ³) | 6.40E+03 | 7.25E+03 | 7.31E+03 | 6.23E+03 | 9.31E+03 | 1.74E+04 | 2.01E+04 |
| t _p (min.) | 94 | 287 | 81 | 79 | 224 | 118 | 117 |
| R ² | 0.64 | 0.96 | 0.92 | 0.83 | 0.82 | 0.85 | 0.84 |
| ErQ (%) | 36.6 | 37.3 | 7.6 | 13.6 | 16.8 | 2.4 | 2.4 |
| ErV (%) | 30.6 | 20.6 | 6.0 | 1.0 | 11.3 | 1.2 | 7.8 |
| ErT (%) | 17.5 | 36.7 | 1.3 | 12.9 | 6.7 | 7.3 | 10.0 |
| Balance de volúmenes | | | | | | | |
| Precip. Total (m ³) | 2.72E+04 | 3.11E+04 | 3.11E+04 | 2.92E+04 | 3.89E+04 | 6.05E+04 | 6.41E+04 |
| Infilt. total (m ³) | 1.68E+04 | 1.88E+04 | 1.91E+04 | 1.80E+04 | 2.36E+04 | 3.70E+04 | 3.86E+04 |
| Evap. total (m ³) | 7.32E+02 | 1.43E+03 | 6.72E+02 | 6.01E+02 | 1.35E+03 | 1.22E+03 | 1.76E+03 |
| Esc. superficial (m ³) | 8.33E+03 | 7.86E+03 | 8.01E+03 | 7.00E+03 | 1.02E+04 | 1.83E+04 | 2.09E+04 |
| Almac. Superf. (m ³) | 1.34E+03 | 3.04E+03 | 3.28E+03 | 3.60E+03 | 3.72E+03 | 3.99E+03 | 2.88E+03 |
| Vol. en drenaje (m ³) | 8.33E+03 | 7.86E+03 | 8.01E+03 | 7.00E+03 | 1.02E+04 | 1.83E+04 | 2.09E+04 |
| Pérdidas (m ³) | 3.96E+02 | 6.08E+02 | 7.01E+02 | 7.70E+02 | 8.78E+02 | 9.35E+02 | 7.70E+02 |
| Vol. secc. control (m ³) | 7.93E+03 | 7.25E+03 | 7.31E+03 | 6.23E+03 | 9.31E+03 | 1.74E+04 | 2.01E+04 |

La figura 8.39 muestra la relación entre el ancho de escurrimiento y área de subcuena medios, obtenidos de la calibración para las 3 escalas espaciales. Se ajustó la expresión (8.1), obteniéndose un valor promedio de α igual a 0.63.

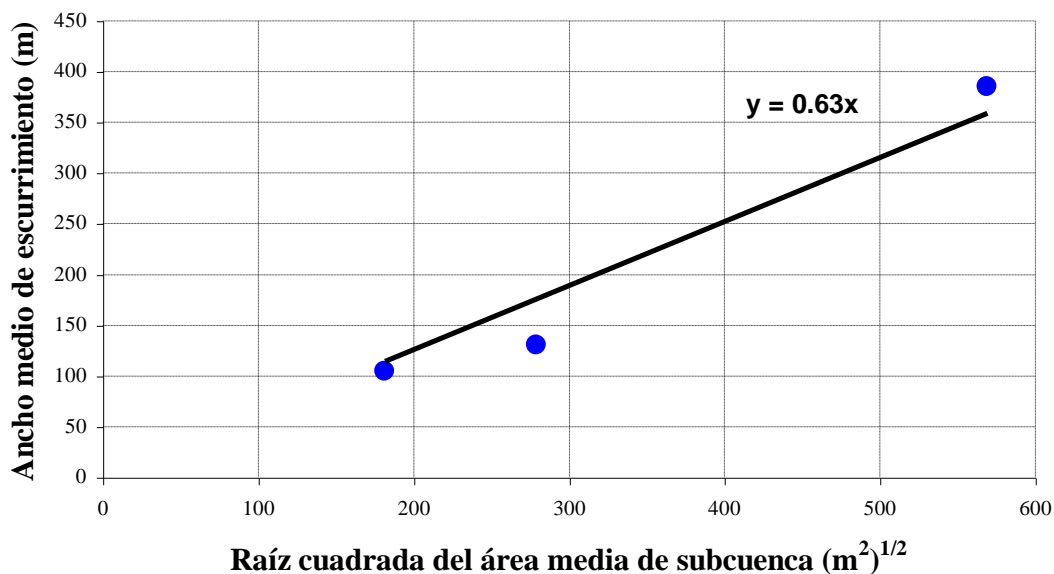


Figura 8.39 – Relación raíz de área-ancho de subcuenca para las tres escalas

En la tabla 8.13 se muestra un resumen de las simulaciones para las tres escalas consideradas.

Tabla 8.13 – Resumen eventos de calibración Modelo SWMM

| Lluvia | | | | Escala de la discretización | | | | | | | | | | | |
|----------|-------------|------------------|-----------------|-----------------------------|-----------|---------|---------|------------------------|-----------|---------|---------|------------------------|-----------|---------|---------|
| Fecha | Dur. (min.) | Int. máx. (mm/h) | Lám. total (mm) | Micro | | | | Meso | | | | Macro | | | |
| | | | | Qp (m ³ /s) | Tp (min.) | ErQ (%) | ErT (%) | Qp (m ³ /s) | Tp (min.) | ErQ (%) | ErT (%) | Qp (m ³ /s) | Tp (min.) | ErQ (%) | ErT (%) |
| 28/04/95 | 65 | 30 | 14 | 0.88 | 106 | 12.9 | 32.5 | 0.74 | 105 | 26.7 | 31.3 | 0.64 | 94 | 36.6 | 17.5 |
| 05/05/95 | 70 | 36 | 16 | 0.61 | 223 | 18.7 | 6.2 | 0.53 | 279 | 29.3 | 32.9 | 0.47 | 287 | 37.3 | 36.7 |
| 30/01/96 | 240 | 72 | 18 | 1.10 | 95 | 19.6 | 17.5 | 0.96 | 91 | 4.3 | 13.8 | 0.85 | 81 | 7.6 | 1.3 |
| 28/02/96 | 75 | 36 | 15 | 0.99 | 93 | 12.5 | 32.8 | 0.86 | 91 | 2.3 | 30.0 | 0.76 | 79 | 13.6 | 12.9 |
| 11/03/96 | 270 | 30 | 20 | 1.06 | 220 | 11.6 | 4.8 | 0.91 | 227 | 4.2 | 8.1 | 0.79 | 224 | 16.8 | 6.7 |
| 12/03/96 | 230 | 48 | 31 | 1.57 | 124 | 23.6 | 12.7 | 1.41 | 123 | 1.9 | 11.8 | 1.24 | 118 | 2.4 | 7.3 |
| 15/06/96 | 290 | 78 | 34 | 1.46 | 127 | 16.8 | 15.5 | 1.36 | 124 | 8.1 | 4.6 | 122 | 117 | 2.4 | 10.0 |

En las figuras 8.40 a 8.46 se presentan los hidrogramas obtenidos de la simulación de cada evento para las tres escalas espaciales. Puede observarse en estas figuras que existe una tendencia de disminución de los caudales de punta y aumento del tiempo de base del hidrograma a medida que aumenta la escala.

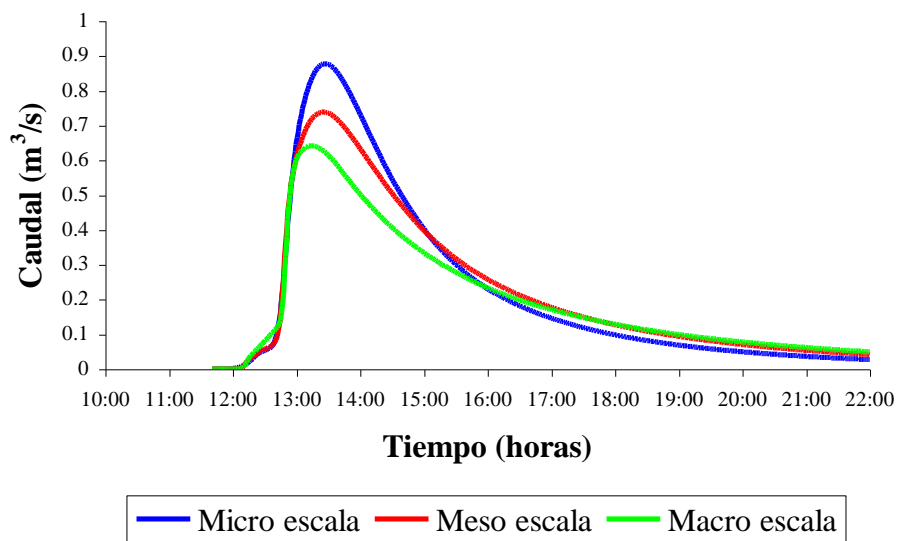


Figura 8.40 – Hidrogramas simulados del evento del 28/04/1995

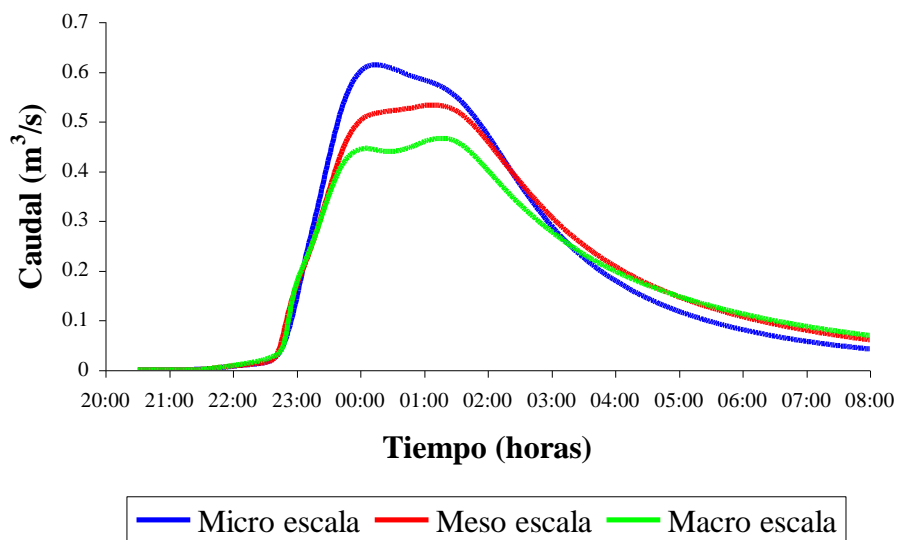


Figura 8.41 – Hidrogramas simulados del evento del 05/05/1995

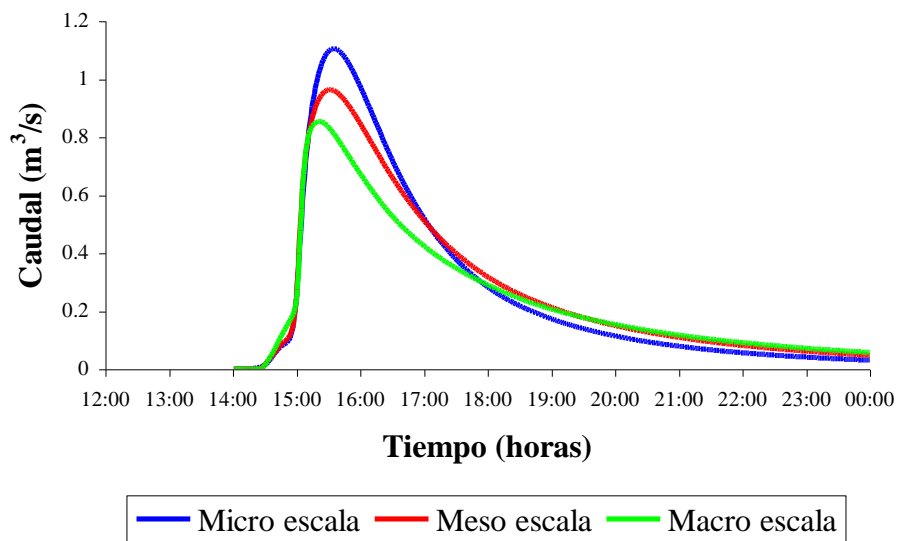


Figura 8.42 – Hidrogramas simulados del evento del 30/01/1996

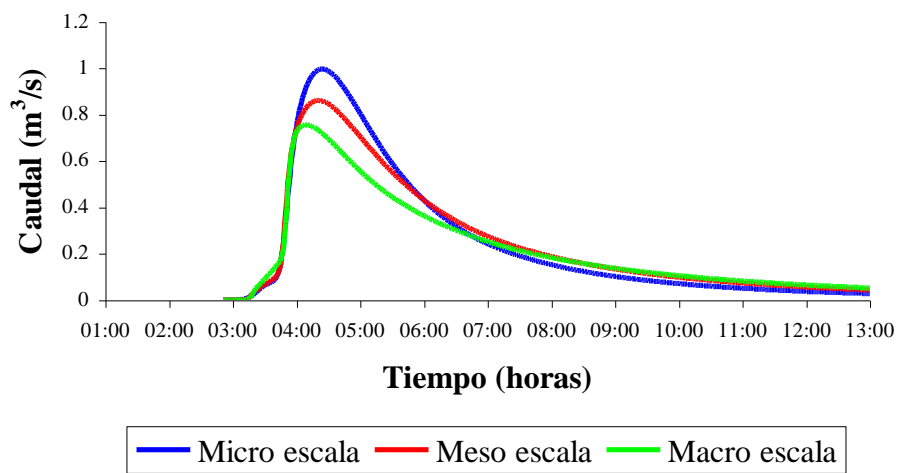


Figura 8.43 – Hidrogramas simulados del evento del 28/02/1996

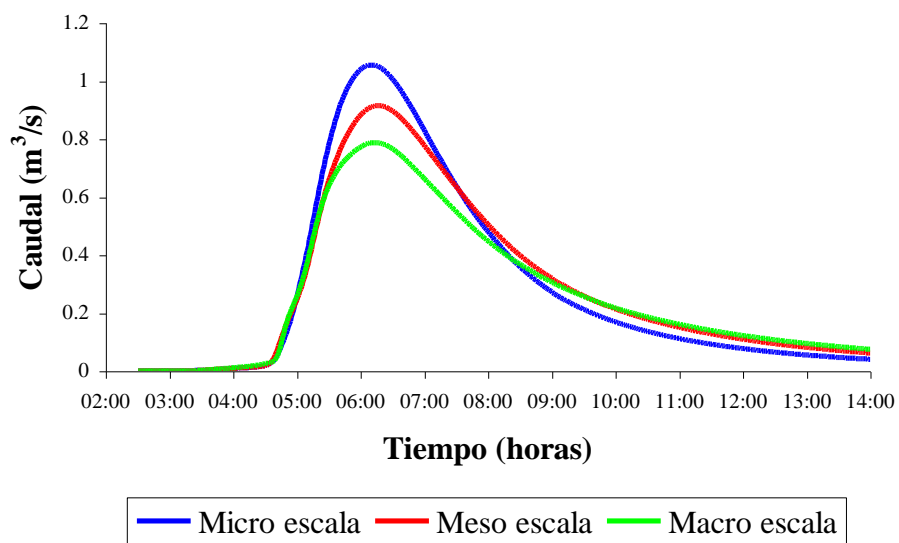


Figura 8.44 – Hidrogramas simulados del evento del 11/03/1996

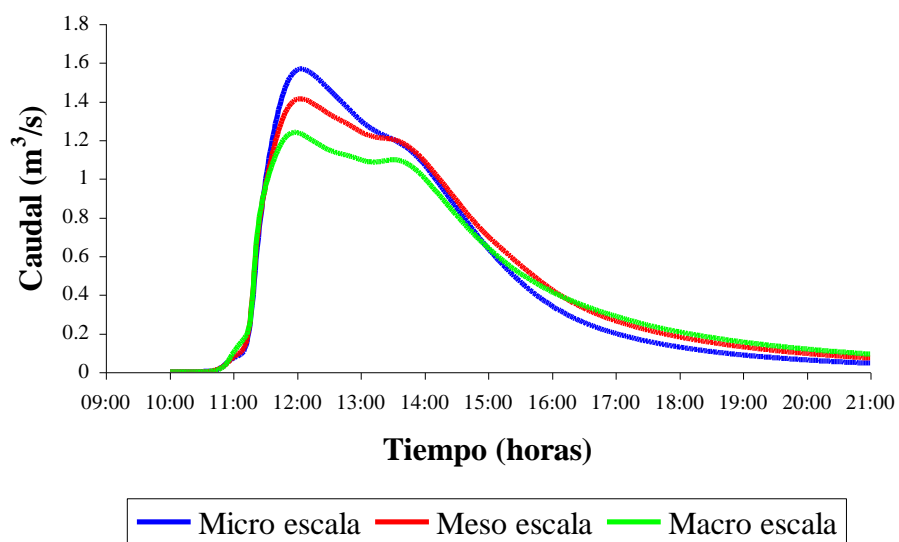


Figura 8.45 – Hidrogramas simulados del evento del 12/03/1996

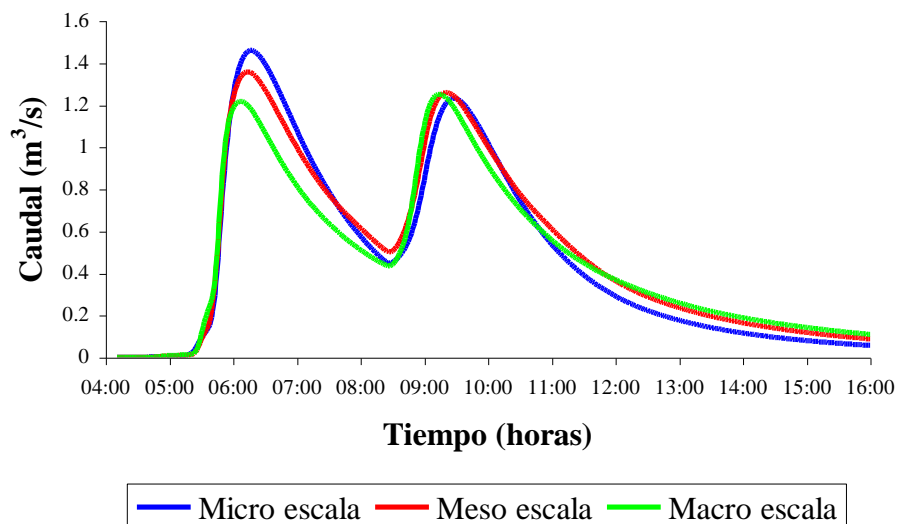


Figura 8.46 – Hidrogramas simulados del evento del 15/06/1996

Esto significa que la escala espacial no sólo afecta el caudal pico, sino también la forma del hidrograma. Esto es debido al grado de simplificación de las escalas y a la naturaleza no lineal de la transformación precipitación – escorrentía del bloque Runoff.

En la figura 8.47 se muestran los resultados de este análisis en forma adimensional, por medio de la relación entre el caudal pico de una escala genérica i , Q_{p_i} , y el caudal pico de referencia (micro escala), Q_{p_f} , versus la relación entre la longitud total de conductos de la escala i , L_i , y la longitud total de conductos de la escala (micro escala), L_f . La ordenada de la figura 8.47, Q_{p_i}/Q_{p_f} , representa la afectación del caudal pico debida a la escala espacial representada por la relación L_i/L_f .

Se puede observar en la figura 8.47 que el efecto de la discretización espacial para la escala media varía entre 0.84 y 0.95 y entre 0.70 y 0.83 para la macro escala. En general este efecto es pronunciado para las duraciones de lluvia más cortas.

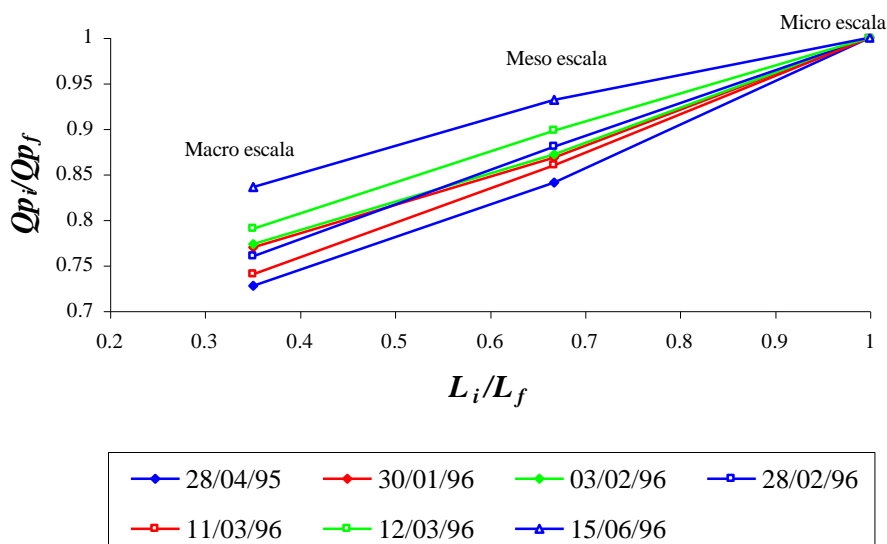


Figura 8.47 - Efectos de la discretización espacial sobre la descarga pico

8.5.4 Verificación del modelo para eventos de alta magnitud

Una vez calibrado, se verificó el modelo para las escalas Micro, Meso y Macro. Para ello, se aplicó el modelo, con los parámetros obtenidos en la etapa de calibración, a otros tres eventos de alta magnitud: 07/03/95, 08/05/95 y 03/02/96. Las características de estos eventos se muestran en tabla 8.14.

Tabla 8.14 – Características eventos de verificación

| Fecha | Duración (minutos) | Intensidad máxima (mm/h) | Lámina precipitada (mm) | Caudal Pico (m ³ /s) | Tiempo al pico (minutos) | Volumen escurrido (m ³) |
|----------|--------------------|--------------------------|-------------------------|---------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 07/03/95 | 295 | 198 | 61 | 3.5 | 60 | 4.8E+04 |
| 08/04/95 | 270 | 90 | 56 | 2.4 | 60 | 3.1E+04 |
| | | | | 2.6 | 240 | |
| 03/02/96 | 240 | 72 | 18 | 1.3 | 65 | 1.4E+04 |

Durante estos eventos se superó la capacidad de conducción en algunos tramos de la red de conductos del sistema, originándose efectos de sobrecarga.

Los hidrogramas observado y calculado para los eventos mencionados se muestran en las figuras 8.48, 8.49 y 8.50.

En base al análisis de estos hidrogramas y de los errores relativos del caudal pico, tiempo al pico y volumen escurrido, se aceptó la verificación del modelo.

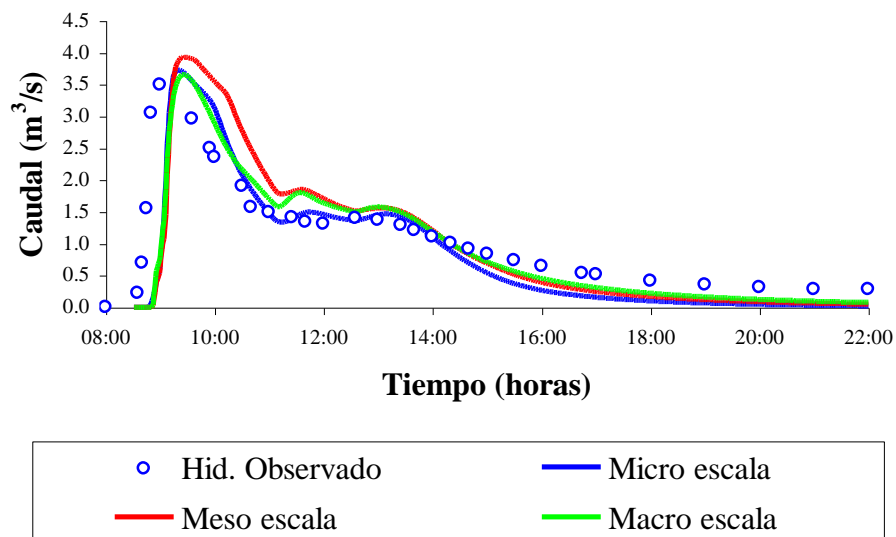


Figura 8.48 – Hidrogramas simulados del evento del 07/03/1995

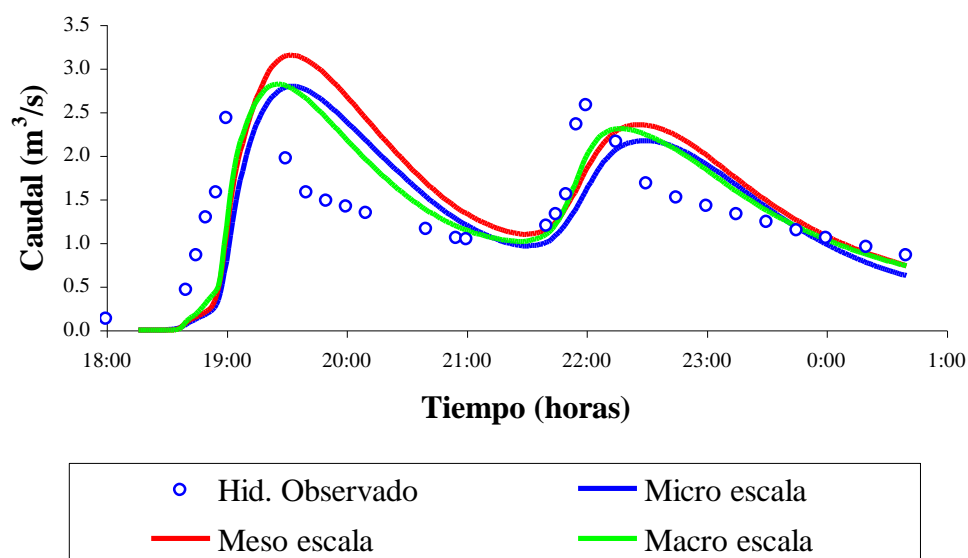


Figura 8.49 – Hidrogramas simulados del evento del 08/04/1995

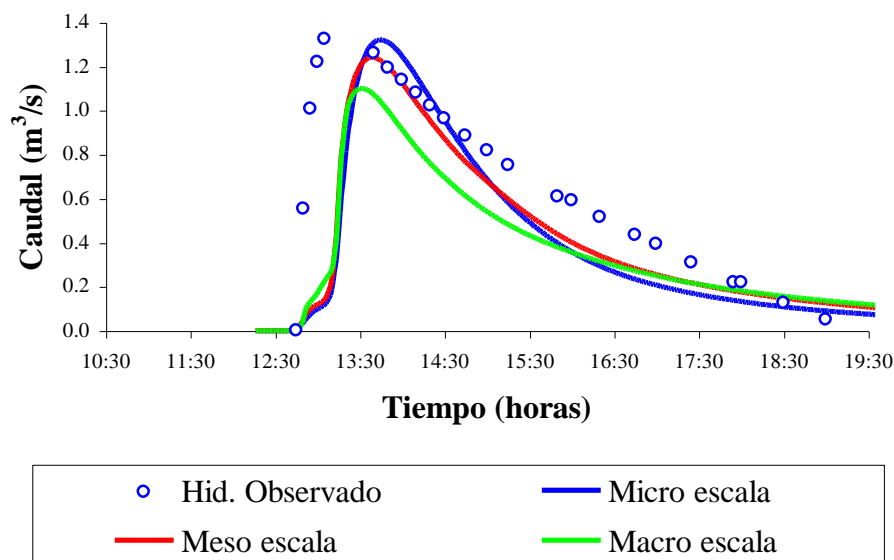


Figura 8.50 – Hidrogramas simulados del evento del 03/02/1996

8.5.5 Análisis comparativo de niveles calculados en nodos de interés

Con el objeto de comparar los niveles de agua en nodos de interés, calculados con las escalas micro, meso y macro y debido a que no se dispone de datos de niveles observados en dichos nodos, se utilizó un estudio comparativo de los niveles obtenidos con las escalas meso y macro respecto a la micro escala.

Los nodos de interés son los nodos de entrada del esquema de la macro escala y que se identifican con los códigos 1500, 2700, 4500, 5500, 5700 y 5900 (figura 8.51). En la tabla 8.15 se presenta un resumen de estas simulaciones, incluyendo los errores absolutos de los niveles de agua respecto de los obtenidos para la micro escala.

Comparando las diferencias absolutas de los niveles de agua, puede observarse que estas son menores para la meso escala que para la macro escala, salvo el caso del nodo 4500 para la tormenta del 07/03/95, donde los conductos asociados a ese nodo se encuentran bajos condiciones de sobrecarga.

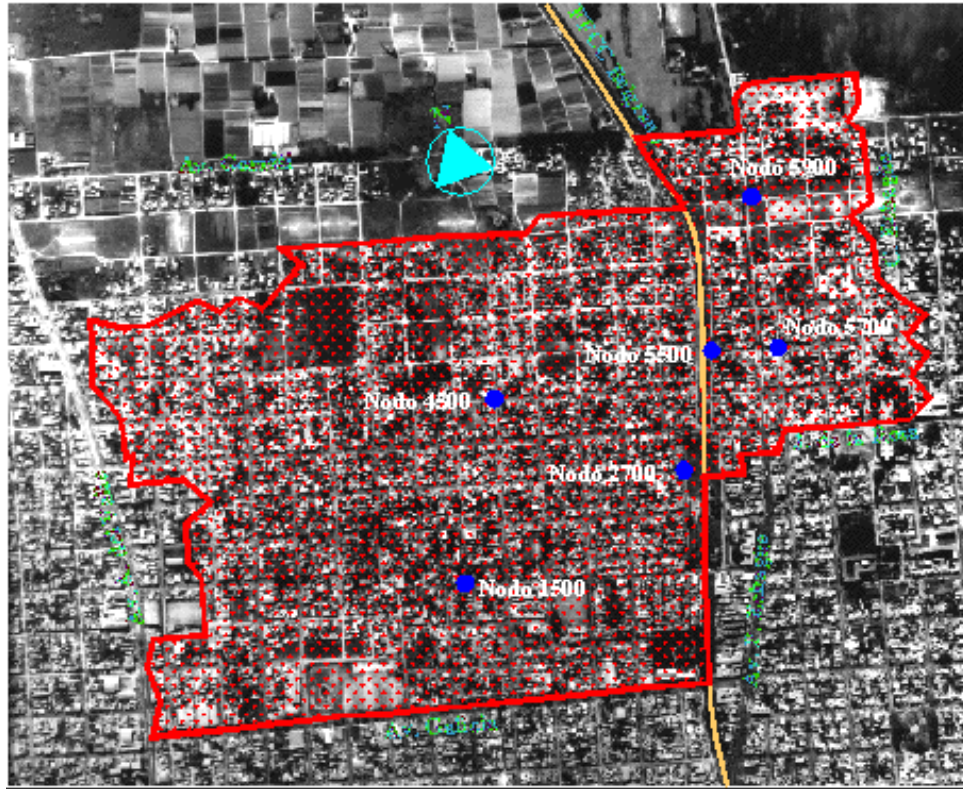


Figura 8.51 – Ubicación nodos de interés

Tabla 8.15 – Resumen de simulaciones con el modelo SWMM

| Evento del 07/03/95 | | | | | | | | | |
|----------------------------|--------|--------|-------|--------|--------|-------|--------------|--------------|------|
| Cota pelo de agua en nodos | | | | | | | | | |
| | 1500 | 2700 | 4500 | 5500 | 5700 | 5900 | ErQ | ErT | ErV |
| Cota terreno | 16.45 | 16,00 | 16,10 | 15.60 | 15.47 | 16.10 | | | |
| Cota fondo | 15.04 | 14.57 | 14.52 | 14.24 | 14.20 | 13.70 | | | |
| micro escala | 15.60 | 15.25 | 15.30 | 14.98 | 14.80 | 14.23 | 5.7 | 31.7 | 14.6 |
| meso escala | 15.73 | 15.50 | 15.57 | 15.63* | 14.94 | 14.41 | 11.4 | 38.3 | 0.1 |
| macro escala | 16.47* | 16.05* | 15.16 | 15.66* | 15.47* | 14.68 | 5.7 | 43.3 | 8.3 |
| Diferencia absoluta (m) | | | | | | | | | |
| meso escala | 0.13 | 0.25 | 0.27 | 0.65 | 0.14 | 0.18 | | | |
| macro escala | 0.87 | 0.80 | 0.14 | 0.68 | 0.67 | 0.45 | | | |
| Evento del 08/04/95 | | | | | | | | | |
| Cota pelo de agua en nodos | | | | | | | | | |
| | 1500 | 2700 | 4500 | 5500 | 5700 | 5900 | ErQ | ErT | ErV |
| Cota terreno | 16.45 | 16.00 | 16.10 | 15.60 | 15.47 | 16.10 | | | |
| micro escala | 15.48 | 15.11 | 15.15 | 14.78 | 14.70 | 14.14 | 16.7 15.4 | 55.0 12.1 | 9.7 |
| meso escala | 15.50 | 15.19 | 15.19 | 15.03 | 14.80 | 14.26 | 29.2 11.5 | 53.3 10.8 | 19.3 |
| macro escala | 16.46* | 14.59 | 14.99 | 15.63* | 14.90 | 14.45 | 16.7 11.5 | 43.3 7.1 | 9.7 |
| Diferencia absoluta (m) | | | | | | | | | |
| meso escala | 0.02 | 0.08 | 0.04 | 0.25 | 0.10 | 0.12 | | | |
| macro escala | 0.98 | 0.52 | 0.16 | 0.85 | 0.20 | 0.31 | | | |

Tabla 8.15 – (Continuación)

| Evento del 03/02/96 | | | | | | | | | |
|----------------------------|-------|--------|--------|-------|-------|-------|------|------|------|
| Cota pelo de agua en nodos | | | | | | | | | |
| | 1500 | 2700 | 4500 | 5500 | 5700 | 5900 | ErQ | ErT | ErV |
| Cota terreno | 16.45 | 16.00 | 16.10 | 15.60 | 15.47 | 16.10 | | | |
| micro escala | 15.34 | 14.89 | 14.86 | 14.60 | 14.53 | 13.82 | 0.0 | 61.5 | 21.4 |
| meso escala | 15.35 | 14.90 | 14.81 | 14.64 | 14.57 | 14.09 | 6.1 | 50.8 | 21.4 |
| macro escala | 15.86 | 16.00* | 14.63* | 14.73 | 14.65 | 14.22 | 15.4 | 41.5 | 10.0 |
| Diferencia absoluta (m) | | | | | | | | | |
| meso escala | 0.01 | 0.01 | 0.05 | 0.04 | 0.04 | 0.27 | | | |
| macro escala | 0.52 | 1.11 | 0.23 | 0.13 | 0.12 | 0.40 | | | |

* Anegamiento de agua en el nodo.

Puede observarse que los errores relativos del tiempo al pico son algo superiores al 20%, esto puede deberse a que las tormentas consideradas tienen intensidades altas que generan flujos con mayores tirantes, correspondiendo un coeficiente de rugosidad efectiva menor al valor de 0.10 adoptado que retrasa el pico de los hidrogramas calculados.

Se establecieron algunos parámetros para indicar el nivel de agregación espacial:

a)

$$\bar{A} = \frac{\sum A_i}{N} \quad (8.5)$$

\bar{A} : área media por nodo de la cuenca (ha), N es el número total de nodos.

b)

$$\eta = \frac{N}{L} \quad (8.6)$$

donde L es la longitud total de conductos en km.

c)

$$\kappa = \frac{L}{A} \quad (8.7)$$

donde L es la longitud total de conductos en km y A es el área total de la superficie de la cuenca en km^2 .

En la tabla 8.16 se visualizan los valores de los indicadores de agregación espacial expresados mediante las ecuaciones 8.5, 8.6 y 8.7 para las tres escalas consideradas.

Tabla 8.16 - Resumen de indicadores de agregación espacial

| Escala | N | \bar{A} (ha) | W_s (m) | L (km) | η | κ |
|--------|-----|-------------------|--------------|-------------|--------|----------|
| Micro | 59 | 3.3 | 104 | 8.6 | 6.9 | 44.2 |
| Meso | 25 | 7.8 | 130 | 5.8 | 4.3 | 29.8 |
| Macro | 6 | 32.4 | 385 | 3.0 | 2.0 | 15.4 |

El parámetro \bar{A} da una idea del tamaño medio de las subcuencas para cada escala. El parámetro η indica el número de nodos (boca o grupo de bocas de tormenta) por longitud de conducto y el parámetro κ es un indicador de la densidad de conductos en cada escala. De la tabla 8.16 se desprende que a medida que aumenta la escala espacial, la superficie media de las subcuencas aumenta y la densidad de conductos disminuye notablemente, al igual que el número de nodos por longitud de conductos.

De la observación de los resultados obtenidos de las distintas simulaciones se puede ver que la mayor escala que conserva una precisión admisible de niveles de agua es la meso escala, para la cual $\bar{A} = 8$ ha, $\eta = 4$ y $\kappa = 30$.

Capítulo 9

Conclusiones y Recomendaciones

El uso de modelos de parámetros distribuidos para la simulación, diseño y/o verificación hidráulica de sistemas de drenaje pluvial se ha generalizado en los últimos años. Sin embargo, el modelista se encuentra ante una incertidumbre respecto al tamaño apropiado de la discretización espacial para la aplicación de los modelos.

El nivel de discretización determina directamente el grado de simplificación de los datos y de concentración de los parámetros de las subcuencas. A partir de los resultados, la escala espacial influye significativamente en los resultados de la simulación con el modelo SWMM.

La red de drenaje adiciona almacenamiento al sistema, atenuando y retardando los caudales pico. A medida que aumenta la escala una parte de la red es removida y en consecuencia se empuntan los hidrogramas y se anticipan los picos.

Para que el modelo represente, con una escala mayor, una función de respuesta similar a la obtenida con una escala de detalle, es necesario compensar la pérdida de

almacenamiento. Para ello, se debe reducir el ancho total de la cuenca (suma de los anchos de subcuencas), es decir, aumentar la longitud de escurrimiento. Así, para la micro escala el $W_c = 104 \text{ m} * 59 \text{ subcuencas} = 6136 \text{ m}$, para la meso escala el $W_c = 130 \text{ m} * 25 \text{ subcuencas} = 3250 \text{ m}$ y para la macro escala el $W_c = 385 \text{ m} * 6 \text{ subcuencas} = 2310 \text{ m}$.

Para futuras aplicaciones del modelo SWMM en cuencas similares a la del estudio (en cuanto a tamaño, impermeabilidad, pendientes y tipo de lluvia), una vez que el modelista ha discretizado la cuenca, si no dispone de información pluvio-hidrométrica, puede estimar el valor medio del parámetro W_s a partir de la figura 8.40 y del área media de las subcuencas. Nótese que $\eta = 4$ significa que se ha representado, en promedio, un nodo cada 250 m de longitud de conducto.

Para la cuenca experimental estudiada la escala espacial más grande que conserva la precisión admisible de los hidrogramas a la salida y de niveles de agua en nodos de interés es la meso escala.

Por lo tanto, si el objetivo de la aplicación del modelo requiere conocer con suficiente precisión el nivel de agua en nodos de interés, se sugiere el siguiente criterio de agregación: $\bar{A} \leq 8 \text{ ha}$, $\eta \leq 4$ y $\kappa \geq 30$.

Una vez establecida la discretización areal de la cuenca y del sistema de drenaje urbanos, es sencillo determinar los intervalos de tiempo a utilizar que permitan obtener una solución numéricamente estable a partir de la ecuación (7.23) o del diagrama de curvas de la figura A.14 (Anexo A).

Las conclusiones obtenidas en este trabajo son válidas para las condiciones estudiadas tanto de lluvias como de la cuenca analizada. Futuros estudios con mayor cantidad de eventos y en otras cuencas urbanas, permitirían validar estas conclusiones bajo otras condiciones y eventualmente generalizar las mismas.

A fin de mejorar los resultados de esta investigación y de las posibles extensiones de este trabajo, es preciso contar con una suficiente cantidad de datos de las diversas variables involucradas, con mediciones distribuidas espacialmente en los principales nodos de la cuenca.

Capítulo 10

Referencias Bibliográficas

Alley, W. (1986). "Summary of experience with the Distributed Routing Rainfall-Runoff Model (DR3M)". Urban Drainage Modelling. Proceedings, International Symposium on Comparison of Urban Drainage Models with Real Catchment Data, UDM86, Dubrovnik. Edited by Maksinovic and Radojkovic. Pergamon Press, Oxford, United Kingdom, 1986.

Anderson, J. (1992). "Computational fluid dynamics: an introduction". A Von Karman Institute Book. John Wendt Editor. Springer-Verlag. Berlin – Heidelberg – New York, 1992.

ASCE. (1992). "Design and construction of urban stormwater management system". ASCE Manual of Practice N° 77, WEF Manual of Practice N° FD-20. American Society of Civil Engineers. New York, 1992.

- Bathurst, J.C. (1986). "Sensitivity analysis of the systeme hydrologique Europeen for an upland catchment". *Journal of Hydrology*, vol. , N° 3, 1986.
- Bosc, E. (1878). "Dictionnaire raisonné d'architecture". Paris, 1878.
- Brater, E; King, H. (1976). "Handbook of Hydraulics". 6th Edition. Mc Graw-Hill. New York, 1976.
- Bujon G.; Herremans L. (1987). "Les eaux pluviales, quels impacts sur le milieu récepteur? La dépollution est-elle nécessaire?". Agence Financière de Bassin Seine-Normandie, 1987.
- Calomino, F. (1993). "Hydrological uncertainties as a limiting factor in the improvement of models". *Urban Storm Drainage. Proceedings US-Italy Bilateral Seminar. Water Resources Publications. Highlands Ranch, Colorado, Usa, 1993.*
- Claude, V. (1985). "Strasbourg 1850-1914. Assainissement et politiques urbaines". Thèse de 3eme cycle. Ecole des Hauts Etudes en Sciences Sociales. Paris, 1985.
- Courant, R.; Friedrichs, K. (1948). "Supersonic flow and shock waves". Interscience Publishers. New York, 1948.

- Coyler, P. (1982). " Storm data collection and analysis". Urban Storm Water Hydraulics and Hydrology. Proceedings Second International Conference on Urban Storm Drainage. Urbana, Illinois. Water Resources Publications. Highlands Ranch, Colorado, Usa, 1982.
- Crawford, N.; Linsley R. (1966). " Digital simulation in hydrology :Stanford Watershed Model IV". Technical Report N° 39. Civil Engineering Department, Stanford University. Palo Alto, California, Usa, 1966.
- Crepeau, M. (1998). "L'eau et la ville". Introduction. Revue de Coopération et Aménagement. Paris, 1998.
- Chocat B. y otros. (1997). "Encyclopédie de l'hydrologie urbaine et de l'assainissement". Eurydice 92, Techniques et Documentation. Lavoisier Editeurs. Paris, 1997.
- Chow, V.T. (1959). "Open - channel hydraulics". Mc Graw-Hill. New York, 1959.
- Chow, V.T. (1981). "Open – channel hydraulics: international student edition". Mc Graw-Hill Kogakusha. Tokio, 1981.
- Chow, V.T.; Maidment, D.; Mais, L. (1988). "Applied hydrology". Mc Graw-Hill. New York, 1988.

- Christensen, B. (1985). "Hydraulics: A compendium of formulas, diagrams, programs and solved por use in design and analysis of hydraulic engineering problems". University of Florida. Gainesville, Usa, 1985.
- Daily, J.; Harleman, D.R.F. (1966). "Fluid Dynamics". Addison-Wesley Publishers. Reading, Massachussets, Usa, 1966.
- Degrez, G. (1995). "Computational fluid dynamics: an introduction". A Von Karman Institute Book. John Wendt Editor. Springer-Verlag. Berlin – Heidelberg, 1995.
- De Vries, J.; Mc Arthur, R.; (1979). "Introduction and application of kinematic wave routing techniques using HEC-1". Training Document N° 10. The Hydrologic Engineering Center. US Army Corps of Engineers. Davis, California, Usa, 1979.
- Digiano, F.; Adrian, D.; Mangarella, P. (1977). "Short course proceedings-applications of stormwater management models". EPA -600/2-77-065 (NTIS PB-265321). US Environmental Protection Agency. Cincinatti, Usa, 1977.
- Duby, G. (1983). "Histoire de l'urbanisme en cinq volumes". Tome 3: "La ville classique, de la renaissance aux révolutions". Paris, 1983.
- Engman, E. (1986). "Roughness coefficients for routing surface runoff". Journal of Irrigation and Drainage Engineering, ASCE, vol. 112, N° 1, 1986.

- FHWA. (1961). "Design charts for open - channel flow". Hydraulic Design Series N° 3. Federal Highway Administration. US Department of Transportation. Washington DC., 1961.
- FHWA. (1985). "Hydraulics desing of highway culverts" Hydraulics Design Series N° 5, Report N° FHWA-IP-85-15. Federal Highway Administration. US Department of Transportation. Washington DC., 1985.
- Fletcher, C. (1991). "Computational techniques for fluid dynamics". Vol. I. Fundamental and General Techniques. Second Edition. Springer-Verlag. Berlin – Heidelberg, 1991.
- French, R. (1985). "Open - channels hydraulics". Mc Graw-Hill. New York, 1985.
- Goodrich, D. (1990). "Basin scale and runoff model complexity". Technical Reports on Natural Resource Systems. Technical Report N° HWR 91-010. University of Arizona and USDA Agricultural Research Service, Southwest Watershed Research Center. Tucson, Usa, 1990.
- Goubert, J. (1986). "La conquête de l'eau". Collection Pluriel. Editions Robert Laffont. Paris, 1986.
- Graft W.; Altinakar M. (1995). "Hydrodynamique, une introduction". Traité de Génie Civil de l'Ecole Polytechnique Fédérale de Laussane. Vol. 14. Presses Polytechniques et Universitaires Romandes. Laussane, Suisse, 1995.

- Green, W.; Ampt G. (1911). "Studies on soil physics, 1. The flow of air and water Through soils". *Journal of Agricultural Sciences*, vol. 4, pp. 11-24. 1911.
- Guillerme, A. (1984). "Le temps de l'eau: la cité et les techniques". Collection Millieux. Editions du Champ Vallon. Seyssel, France, 1984.
- Hayami, S. (1951). "On the propagation of flood waves". Bulletin N° 1. Disaster Prevention Research Institute. Kyoto University. Kyoto, Japon, 1951.
- Hemain, J.C. (1983). "Guides des constructions des pluies de project". LHM 24/83. Laboratoire d'Hydrologie Mathématique de Montpellier - Service Technique de l'Urbanisme. Paris, 1983.
- Horton, R. (1933). "The role of infiltration in the hydrologic cycle". *Transactions American Geophysical Union*, vol. 4, pp. 446-460, 1933
- Horton, R. (1940). "An approach toward a physical interpretation of infiltration capacity". *Proceedings Soil Science of America*, vol. 5, pp. 399-417, 1940.
- Hubert, G. (1989). "Approche méthodologique pour l'aménagement des cours d'eau en milieu urbain". Thèse de Doctorat. Institut National des Sciences Appliquées. Lyon, 1989.
- Hubert, W; Dickinson, R. (1992) "Storm Water Management Model, user's manual version 4". US Environmental Protection Agency. Athens, Georgia, Usa, 1992.

- Hug, M. (1975). "ENPC – Cours de mécanique des fluides appliqués". Eyrolles Ch.II, Ch.VIII, Ch.XV. Ecole des Ponts et Chaussées. Paris, 1975.
- Kidd, C. (1978). "Rainfall-Runoff processes over urban surfaces". Proceedings International Work Shop held at the Institute of Hydrology. Wallingford, Oxon, UK, 1978.
- Kovacs, Y. (1988). "Modèles de simulation d'écoulement transitoire en réseau d'assainissement". Thèse de Doctorat. Ecole des Ponts et Chaussées. Paris, 1988.
- Lai, C. (1986). "Numerical modeling of unsteady open-channel flow". Advances of Hydroscience. Vol. 14, Academic Press. Orlando, Florida, Usa, 1986.
- Laporte, D. (1978). "Histoire de la merde". Editions Christian Bourgeois. Paris, 1978.
- Macor, J. (1998) "Variabilidad del Ancho de Cuenca en la Simulación del Flujo Superficial Usando el Modelo Runoff-SWMM". XVII Congreso Nacional del Agua y II Simposio de Recursos Hídricos del Cono Sur. Santa Fe, 1998.
- Maza, J.; Fornero, L.; Aria, M. (1996). "Calibración, performance y validación del modelo Arhymo en cuencas urbanas". II Jornadas Nacionales de Saneamiento Pluvial Urbano. Córdoba, 1996.

- Mazion, E.; Yen, B.C. (1994). "Computational discretization effect on rainfall-runoff simulation". *Journal of Water Resources Planning and Management*, vol 120, N° 5, pp 715-734, 1994.
- Metcalf y Eddy, Inc., University of Florida and Water Resources Engineers, Inc. (1977) "Storm Water Management Model". Final Report. EPA Report 11024DOC07/71 (NTIS PB-203289), Environmental Protection Agency. Washington,DC., Usa, 1971.
- Miller W.; Cunge J.A. (1975). "Simplified equations of unsteady flow". *Unsteady Flow in Open Channels* (3 volumes). Mohammad and Yevjevich. Water Resources Publications. Fort Collins, Usa, 1975.
- Pedraza, R.; Collins, J.; Macor J.; Pusineri, G.; Ocampo, C. (1995) "Modelos matemáticos en hidrología urbana". Informe Final Proyecto CAI+D 1993/94. FICH, UNL. Santa Fe, 1995.
- Pedraza, R.; Collins, J.; Macor J.; Pusineri, G.; Ocampo, C. (1996a) "Influencia de la discretización espacial de las cuencas urbanas sobre parámetros de calibración de modelos de diseño". II Jornadas Nacionales de Saneamiento Pluvial Urbano, Córdoba, 1996.
- Pedraza, R.; Collins, J.; Macor J.; Pusineri, G.; Ocampo, C. (1996b) "Implementación y operación de una cuenca urbana piloto en la ciudad de Santa Fe (Prov. Santa Fe)". XVI Congreso Nacional del Agua, San Martín de los Andes, 1996.

- Pedraza, R. (1997). "Incertidumbres en la simulación de procesos hidrológicos en áreas urbanas". Seminario Internacional sobre Manejo del Agua Pluvial Urbana. FICH, Santa Fe, 1997.
- Pedraza, R. (1998). "La escala espacial en la simulación hidrológica distribuida y el almacenamiento de equilibrio". XVII Congreso Nacional del Agua y II Simposio de Recursos Hídricos del Cono Sur. Santa Fe, 1998.
- Ponce, V.; Li, R.; Simons, D. (1978). "Applicability of kinematic and diffusion models". Journal of Hydraulics Division, ASCE, vol 104, N° HY3, 1978.
- Renard, D. (1987). "Pollution et dépollution des eaux pluviales. Quels enjeux?". Direction Régionale de l'Equipement d'Ile-de-France. Paris, 1987.
- Roessner, L.; Aldrich, J.; Dickinson, R. (1992). "Storm Water Management Model, user's manual version 4: Extran addendum". US Environmental Protection Agency. Athens, Georgia, Usa, 1992.
- Tao, T.; Kouwen, N., (1989). "Spatial resolution in hydrologic modeling". Channel flow and catchment runoff. Proceedings International Conference for Centennial of Manning's Formula and Kuichling's Rational Formula. B. C. Yen, editor. Charlottesville, Virginia, Usa, 1989.
- Viessman, J.; Kanapp, J.; Lewis G.; Harbaugh, T. (1977). "Introduction to Hydrology". Harper y Row Publishers. New York, 1977.

- Villeneuve, J.; Gaume, E. (1993) "Mise au point du modèle de simulation des axes secondaires". Contrôle de l'Operation des ouvrages d'interception de la communauté urbaine de Québec. Rapport Rp-28-A. Paris, 1993
- Warwick, J. (1989). "Interplay between parameter uncertainty and model aggregation error". *Water Resources Bulletin*, 25 (2) pp 275-283, 1989.
- Weinmann, P.; Laursen, E. (1979). "Approximate flood routing methods: a review". *Journal of Hydraulics Division, ASCE*, vol. 105, N° HY12, 1979.
- Wisner P.; Ping, C. (1986). "Otthymo, un modelo matemático para planificación de sistemas maestros de drenaje". Universidad de Ottawa, Canadá. Traducción encomendada por los autores y realizada por J. Maza (INCyTH-CRA), Mendoza, 1986.
- Yen, B. C. (1987). "Urban drainage hydraulics and hydrology: from art to science". XXII Congress International Association for Hydraulic Research and IV International Conference in Urban Storm Drainage. Laussane, Suisse, 1987.

Anexo A

Estudio Experimental del Modelo Extran

A.1 Introducción

En este Anexo se presenta una serie de ensayos numéricos del modelo Extran, realizados con el objeto de evaluar el comportamiento del mismo ante variaciones de valores de los siguientes parámetros computacionales, geométricos e hidráulicos:

- a) Intervalo de tiempo computacional Δt .
- b) Incremento de longitud Δx .
- c) Pendiente del conducto.
- d) Coeficiente de rugosidad del conducto.

Dado que las ecuaciones completas de Saint Venant no tienen solución analítica, no es posible cuantificar en términos absolutos el amortiguamiento numérico que origina el esquema numérico del bloque Extran. El método de Von Neumann, descrito en el capítulo 6, es aplicable a flujos donde los términos de inercia son despreciables y las fluctuaciones de caudal son pequeñas. Un caso podría ser, por ejemplo, la aproximación de la onda

difusiva lineal, en la que la celeridad y la difusión pueden ser consideradas como constantes. Sin embargo, estas hipótesis simplificativas suelen no ser válidas en la propagación de flujo en redes de drenaje urbano, principalmente en conductos de baja pendiente.

Como no es posible determinar el amortiguamiento numérico del esquema en términos absolutos, se realizó una serie de ensayos numéricos que permiten cuantificar el aumento de la atenuación numérica para distintos Δt y Δx , con respecto a una atenuación de referencia (correspondiente a pequeños incrementos de Δt y Δx).

A.2 Elección de las características geométricas

A.2.1 Pendiente y coeficiente de resistencia

La capacidad de conducción de un conducto depende de los parámetros: K (coeficiente de Strickler) y S_o (pendiente de fondo del conducto), a través del producto $KS_o^{1/2}$.

Si se hace variar el producto $KS_o^{1/2}$, la capacidad de conducción hidráulica del colector varía. Para efectuar el análisis del comportamiento del modelo existen dos alternativas posibles:

- 1) Mantener la misma dimensión del colector y variar S_o y n , aceptando que varíe su capacidad de conducción a sección llena.
- 2) Modificar las dimensiones, S_o y n del colector pero conservando la misma capacidad de conducción hidráulica para todas las simulaciones.

Con el objeto de ensayar el modelo Extran se considera aquí la segunda alternativa: se fija la capacidad de conducción del colector y se varía los parámetros geométricos (ϕ , L) e hidráulicos (n) según el caso. Esta elección se toma porque es justamente la capacidad de conducción hidráulica la que se considera al diseñar un conducto.

Cuando se efectúan simulaciones haciendo variar diferentes parámetros a la vez, resulta práctico utilizar un análisis adimensional mediante números adimensionales. Estos permiten garantizar que se ha cubierto la gama de valores posibles y transferir los resultados a otras condiciones que pueden ser consideradas como equivalentes frente a un mismo valor del número adimensional.

Supóngase que ω es el ángulo que caracteriza al tirante de agua dentro de un colector circular como el que se muestra en la figura A.1.

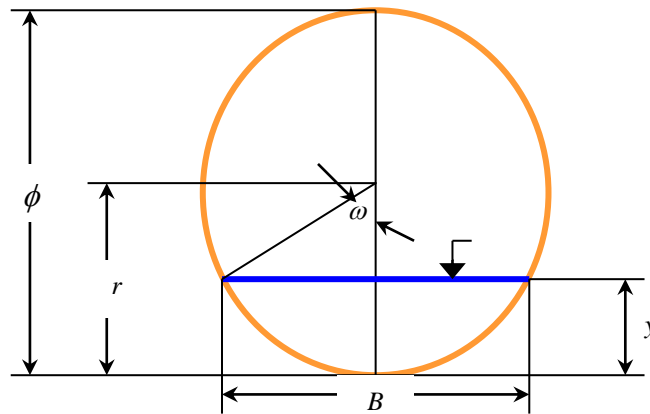


Figura A.1 - Colector circular

Sea ϕ el diámetro del colector y r su radio. Resulta entonces:

$$y = \frac{\phi}{2}(1 - \cos \omega) \quad (\text{A.1})$$

$$\omega = \arccos\left(1 - \frac{2y}{\phi}\right) = \arccos\left(1 - \frac{y}{r}\right) \quad (\text{A.2})$$

$$P_m = \phi \omega \quad (\text{A.3})$$

$$B = \phi \operatorname{sen} \omega \quad (\text{A.4})$$

$$A = \frac{\phi^2}{4} \left(\omega - \frac{\operatorname{sen} 2\omega}{2} \right) \quad (\text{A.5})$$

$$R_h = \frac{\phi}{4} \left(1 - \frac{\sin 2\omega}{2\omega} \right) \quad (\text{A.6})$$

Se puede definir para los conductos circulares el número adimensional:

$$\Gamma = \frac{Q}{K S_o^{1/2} \phi^{8/3}} \quad (\text{A.7})$$

Este número se basa en el hecho de que la máxima capacidad de conducción en conductos circulares se da para un tirante $y = 0.94\phi$. La figura A.2 muestra los diámetros y tirantes $y = 0.94\phi$ para los cuales se dan las máximas capacidades de conducción de los conductos para diferentes valores del producto $K S_o^{1/2}$.

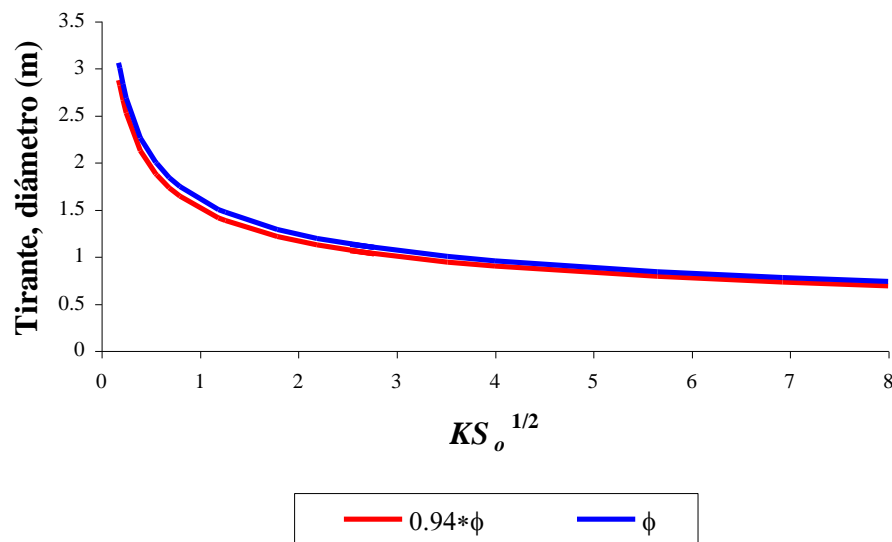


Figura A.2 - Diámetros y tirantes para máximas capacidades de conducción

Expresando el número Γ en función del ángulo ω para el tirante $y = 0.94\phi$ se tiene:

$$\Gamma = \left[\frac{(\omega - \sin \omega \cos \omega)^5}{1024 \omega^2} \right]^{1/3} \quad (\text{A.8})$$

Resultando Γ para la capacidad máxima de los conductos igual a 0.335.

De modo que cualquiera sea la capacidad máxima de conducción que se fije el número Γ será constante para cualquier valor de $K S_o^{1/2}$.

Para el ensayo del modelo Extran se ha elegido un colector circular cuya capacidad de conducción a sección llena se fijó en $1 \text{ m}^3/\text{s}$.

A.2.2 Sección transversal

La diferencia esencial entre las secciones circulares y rectangulares de los conductos es el decrecimiento de la celeridad del flujo para tirantes de agua próximos al nivel de entrada en carga de los conductos, lo cual puede ser observado en la figura A.3

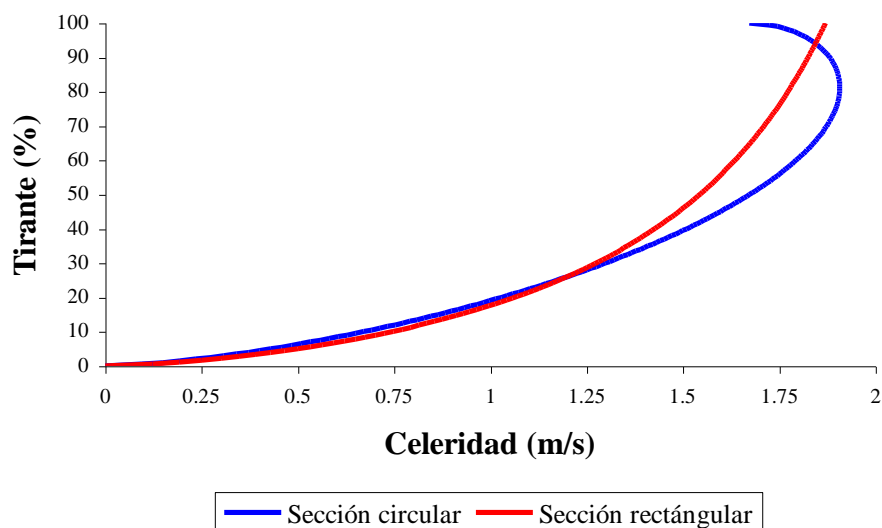


Figura A.3 - Celeridades de conductos

A.2.3 Longitud

En el capítulo 5 se ha visto que la longitud influye sobre la atenuación de las ondas dinámicas y también sobre las posibilidades de elección del intervalo de espacio Δx , puesto que determina el número de tramos de cálculo.

Para analizar el modelo, se ha elegido una longitud de 1000 metros, lo cual permite ensayar varios incrementos de longitud de uso frecuente en aplicaciones prácticas.

A.3 El paso de tiempo Δt

El paso de tiempo Δt , al igual que el incremento de longitud Δx , son parámetros externos que son elegidos por el usuario del modelo en cada simulación. Su elección está sujeta a ciertas restricciones.

Frente a la variabilidad de los hidrogramas se hace necesario verificar el Δt para todos los esquemas en diferencias finitas que se utilicen. Ponce y Theurer, (1982) proponen adoptar Δt tal que:

$$\Delta t \leq \frac{T_c}{N} \quad (\text{A.9})$$

donde T_c es el tiempo de crecida o tiempo al pico del hidrograma de entrada y N es un número entero al menos igual a cinco (Ponce y Theurer, 1982). Estos autores recomiendan, de esta manera, dividir la parte creciente del hidrograma de entrada en por lo menos cinco tramos (figura A.4).

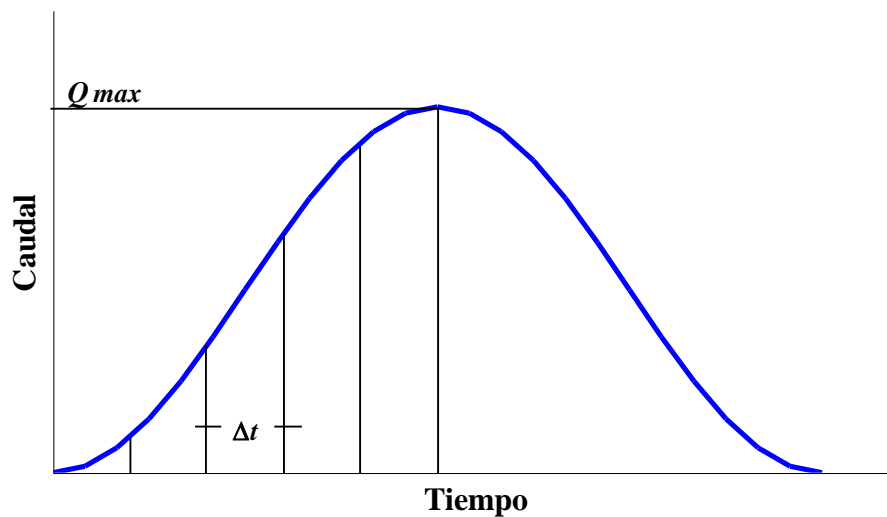


Figura A.4 – Determinación de Δt según Ponce y Theurer (1982)

Por otro lado, el valor límite superior de Δt está dado por la condición de estabilidad de Courant, ecuación (6.64):

$$\Delta t \approx \Delta t_c = \frac{\Delta x}{C} \quad (\text{A.10})$$

Δt_c : Δt crítico.

En aplicaciones prácticas, se han usado valores de Δt ligeramente mayores al valor crítico sin problemas de estabilidad aparente (Weismann y Laurenson, 1979).

A.4 Sensibilidad del modelo Extran al parámetro Δt

A fin de evaluar las respuestas del modelo Extran frente a distintos intervalos de tiempo se desarrollaron sendos ensayos, los cuales se presentan a continuación:

A.4.1 Ensayo N° 1: Sensibilidad al parámetro Δt , $\Delta x = 250$ m e hidrograma en S

Se considera un conducto de 800 mm de diámetro y 1000 m de longitud con pendiente $S_o = 5 \text{ ‰}$ y coeficiente de resistencia $K = 80$. El incremento de longitud Δx adoptado es de 250 m. El hidrograma de entrada es un hidrograma en S con un caudal máximo de 0.95 m³/s (95% de la capacidad de conducción del conducto a sección llena) para que no se produzcan fenómenos de escurrimiento bajo carga. El tiempo de crecida es de 60 minutos.

El modelo Extran fue corrido para pasos de tiempo Δt de 1, 5, 10, 15, 20, 30 y 60 seg. Intervalos de tiempo mayores no fueron considerados porque no respetaban la condición de estabilidad del modelo. Los resultados de este ensayo se presentan en la tabla A.1 y en la figura A.5.

Del análisis de los resultados se puede concluir lo siguiente:

- a) Cuanto menor es el Δt , la rama de crecida del hidrograma calculado acompaña mejor la forma del hidrograma de entrada. Se confirma la necesidad de utilizar Δt pequeños en los modelos explícitos para evitar inestabilidades en el cálculo, aún cuando $C_r \leq 1$.
- b) Para $\Delta t > 15$ seg, se observan oscilaciones pequeñas en la rama de crecida.
- c) El número de iteraciones aumenta notablemente cuando el incremento de tiempo disminuye.
- d) Para valores de Δt superiores a 60 seg. las soluciones divergen.

Tabla A.1 – Ensayo N° 1: Sensibilidad del modelo Extran al parámetro Δt

| Δt (seg) | Caudal de salida máximo (m ³ /s) | Tiempo de crecida (minutos) | Velocidad máxima (m/seg) | Tirante de agua máximo (m) | Celeridad de la onda (m/s) | Número de Courant | Número de Iteraciones |
|---------------------|---|--------------------------------|-----------------------------|----------------------------------|-------------------------------|-------------------|-----------------------|
| 1 | 0.95 | 109 | 2.21 | 0.64 | 4.72 | 0.02 | 28800 |
| 5 | 0.95 | 109 | 2.21 | 0.64 | 4.72 | 0.09 | 5760 |
| 10 | 0.95 | 109 | 2.21 | 0.64 | 4.72 | 0.19 | 2880 |
| 15 | 0.95 | 109 | 2.21 | 0.64 | 4.72 | 0.28 | 1920 |
| 20 | 0.95 | 108 | 2.21 | 0.64 | 4.72 | 0.38 | 1440 |
| 30 | 0.95 | 108 | 2.21 | 0.64 | 4.72 | 0.57 | 960 |
| 60 | 0.95 | 107 | 2.21 | 0.64 | 4.72 | 1.13 | 485 |

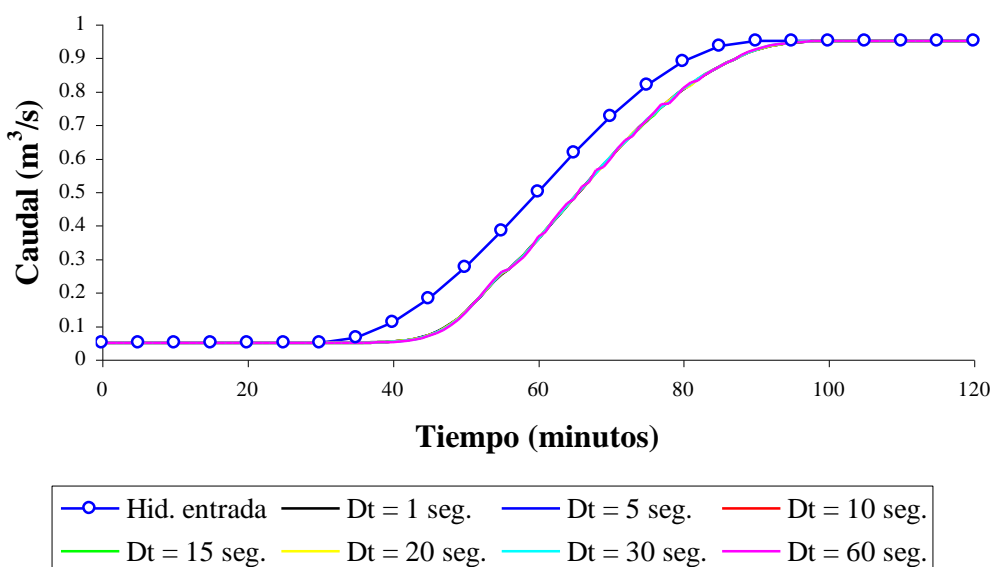


Figura A.5 - Ensayo N° 1: Sensibilidad del modelo Extran al parámetro Δt

A.4.2 Ensayo N° 2: Sensibilidad al parámetro Δt , $\Delta x = 250$ m e hidrograma sinusoidal

Se considera en este ensayo el mismo conducto del ensayo anterior y el mismo $\Delta x = 250$ m. El hidrograma de entrada es un hidrograma sinusoidal con un caudal máximo de 0.95 m³/s, un caudal mínimo de 0.05 m³/s y un caudal medio de 0.50 m³/s, con lo cual no existen efectos de sobrecarga.

El modelo Extran fue corrido para pasos de tiempo Δt de 1, 5, 10, 15, 20, 30 y 60 segundos. Los resultados de este ensayo se presentan en la tabla A.2 y en la figura A.6.

Tabla A.2 – Ensayo N° 2: Sensibilidad del modelo Extran al parámetro Δt

| Δt (segundos) | Caudal máximo (m ³ /s) | Tiempo Pico (minutos) | Atenuación del caudal (%) | Número de Courant | Número de Iteraciones |
|--------------------------|---|-----------------------------|---------------------------------|-------------------------|-----------------------------|
| 1 | 0.946 | 33 | 0.40 | 0.02 | 108000 |
| 5 | 0.947 | 33 | 0.30 | 0.10 | 21600 |
| 10 | 0.947 | 33 | 0.30 | 0.21 | 10800 |
| 15 | 0.947 | 33 | 0.30 | 0.31 | 7200 |
| 20 | 0.946 | 34 | 0.40 | 0.41 | 5400 |
| 30 | 0.946 | 34 | 0.40 | 0.62 | 3600 |
| 60 | 0.947 | 34 | 0.30 | 1.24 | 1800 |

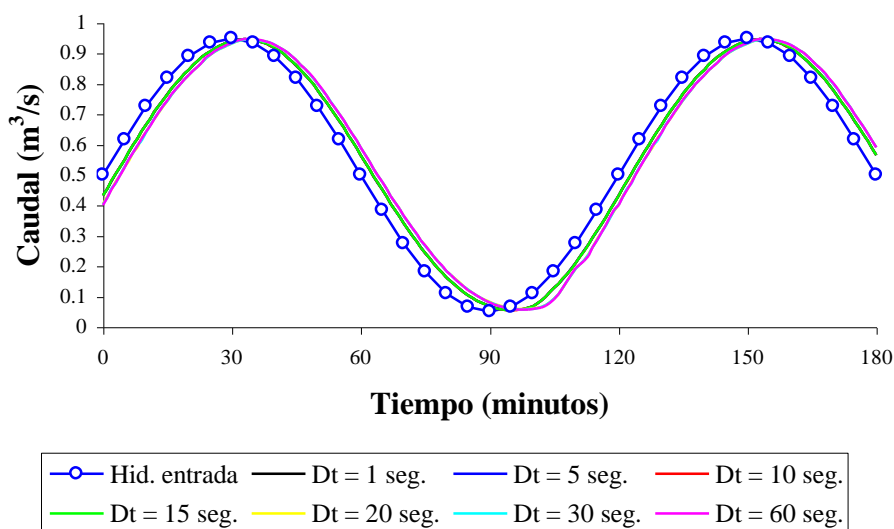


Figura A.6 – Ensayo N° 2: Sensibilidad del modelo Extran al parámetro Δt

Del análisis de este ensayo puede observarse que la atenuación de los caudales pico de salida (respecto al caudal máximo de entrada) se mantiene constante con los distintos pasos de tiempo considerados, variando apenas entre un 0.3 y 0.4 %. Esto significa que, para los rangos analizados de los parámetros, el Δt , no tiene efecto significativo en el amortiguamiento numérico del esquema utilizado. El número de Courant aumenta con Δt , lo cual es lógico ya que Δt es directamente proporcional a dicho número adimensional. Por otro lado el número de iteraciones realizadas disminuye a medida que se toman Δt mayores.

A.5 Sensibilidad del modelo al parámetro Δx

Se ha visto en el apartado 6.6 que el factor de amplificación $G(\eta, C_r)$ que interviene en la amortiguamiento numérico depende del número adimensional de la onda η y del número de Courant, C_r . En ambos parámetros interviene Δx . A fin de evaluar las respuestas del modelo Extran frente a distintos Δx se desarrollaron diversos ensayos, los cuales se presentan a continuación.

A.5.1 Ensayo N° 3: Sensibilidad al parámetro Δx , $\Delta t = 1$ seg e hidrograma en S

Se considera el mismo conducto que los ensayos N° 1 y N° 2 y el mismo hidrograma de entrada que en el ensayo N° 1. El paso de tiempo computacional adoptado Δt es de 1 segundo.

El modelo Extran fue corrido para incrementos de longitud Δx de 25, 50, 100, 250, 500, y 1000 m. Los resultados de este ensayo se presentan en la tabla A.3 y en la figura A.7.

Del análisis de los resultados puede concluirse que, en general, los valores de Δx relativamente pequeños reproducen más fielmente la forma del hidrograma de entrada y alcanzan la solución más rápidamente que los valores de Δx mayores. Puede observarse por otra parte que el número de iteraciones que ejecuta el modelo es independiente de los valores de Δx .

Tabla A.3 – Ensayo N° 3: Sensibilidad del modelo Extran al parámetro Δx

| Δx (metros) | Caudal de salida máximo (m ³ /s) | Tiempo de crecida (minutos) | Velocidad máxima (m/seg) | Tirante de agua máximo (m) | Celeridad de la onda (m/s) | Número de Courant | Número de Iteraciones |
|------------------------|---|--------------------------------|-----------------------------|----------------------------------|-------------------------------|-------------------|-----------------------|
| 25 | 0.95 | 103 | 2.21 | 0.64 | 4.72 | 0.189 | 28800 |
| 50 | 0.95 | 104 | 2.21 | 0.64 | 4.72 | 0.094 | 28000 |
| 100 | 0.95 | 105 | 2.21 | 0.64 | 4.72 | 0.047 | 28800 |
| 250 | 0.95 | 109 | 2.21 | 0.64 | 4.72 | 0.019 | 28800 |
| 500 | 0.95 | 113 | 2.21 | 0.64 | 4.72 | 0.009 | 28800 |
| 1000 | 0.95 | 114 | 2.21 | 0.64 | 4.72 | 0.005 | 28800 |

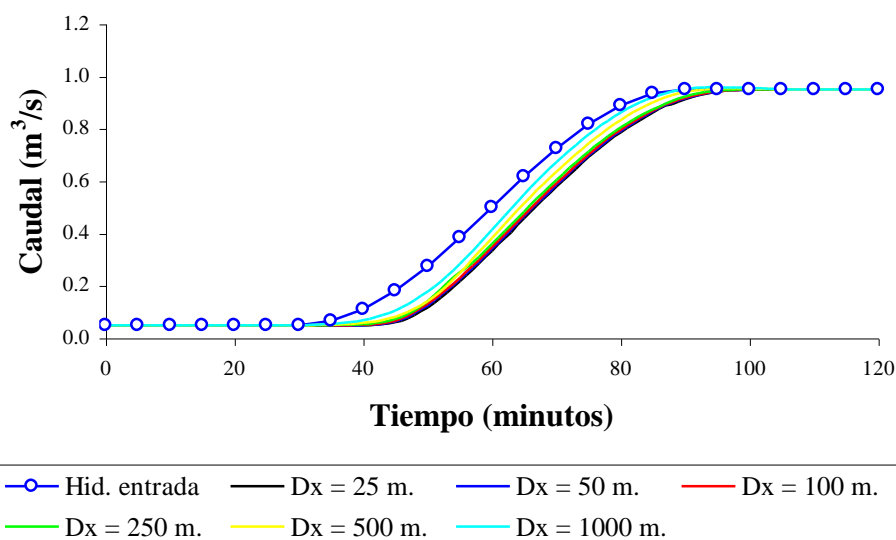


Figura A.7 - Ensayo N° 3: Sensibilidad del modelo Extran al parámetro Δx .

A.5.2 Ensayo N° 4: Sensibilidad al parámetro Δx , $\Delta t = 1$ seg e hidrograma sinusoidal

Se considera el mismo conducto que los ensayos N° 1, N° 2 y N° 3 y el mismo hidrograma de entrada que el ensayo N° 2. El paso de tiempo Δt considerado es de 1

segundo. El modelo Extran fue corrido para intervalos Δx de 25, 50, 100, 250, 500, y 1000 metros. Los resultados de este ensayo se presentan en la tabla A.4 y en la figura A.8.

Tabla A.4 – Ensayo N° 4: Sensibilidad del modelo Extran al parámetro Δx

| Δx (metros) | Caudal máximo (m ³ /s) | Tiempo Pico (minutos) | Atenuación del caudal (%) | Número de Courant | Número de Iteraciones |
|------------------------|---|-----------------------------|---------------------------------|-------------------------|-----------------------------|
| 25 | 0.9491 | 31 | 0.00 | 0.213 | 108000 |
| 50 | 0.9476 | 32 | 0.16 | 0.106 | 108000 |
| 100 | 0.9469 | 33 | 0.24 | 0.051 | 108000 |
| 250 | 0.9465 | 33 | 0.28 | 0.021 | 108000 |
| 500 | 0.9462 | 33 | 0.31 | 0.010 | 108000 |
| 1000 | 0.9459 | 34 | 0.34 | 0.005 | 108000 |

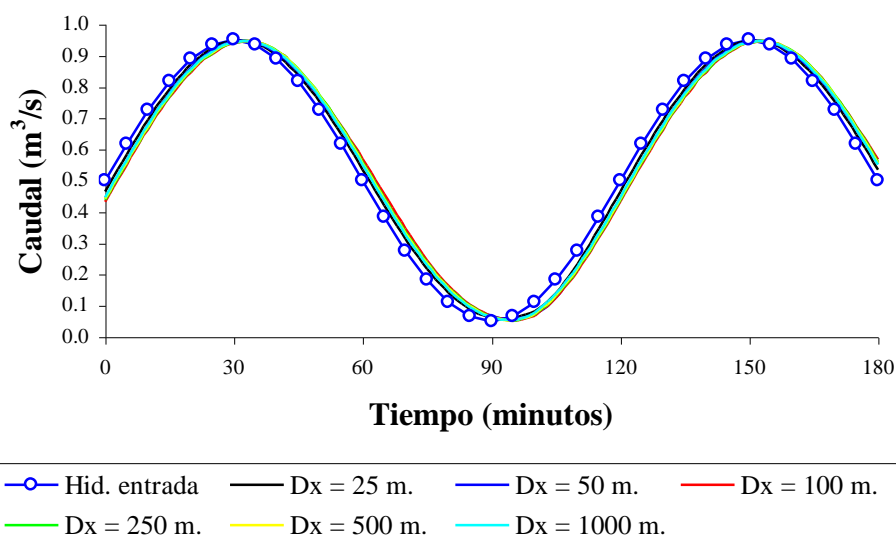


Figura A.8 – Ensayo N° 4: Sensibilidad del modelo Extran al parámetro Δx

En este ensayo puede observarse que existe una leve atenuación de los caudales pico de salida respecto al pico de entrada y que la atenuación aumenta con Δx ; sin embargo, el aumento de la atenuación respecto a la atenuación del menor Δx (25 m) es inferior al 0.34%.

A.5.3 Ensayo N° 5: Sensibilidad al parámetro Δx , $\Delta t = 1$ seg e hidrograma sinusoidal.

Mayor pendiente que ensayo N° 4

Se consideró en este ensayo un conducto de 700 mm de diámetro, 1000 m de longitud, pendiente $S_o = 1 \%$ y coeficiente de resistencia $K = 80$. El paso de tiempo Δt adoptado es de 1 seg. El hidrograma de entrada es el mismo que el de los ensayos N° 2 y N° 4. El modelo Extran fue corrido para intervalos Δx de 25, 50, 100, 250, 500, y 1000 m. Los resultados de este ensayo se presentan en la tabla A.5 y en la figura A.9.

Tabla A.5 – Ensayo N° 5: Sensibilidad del modelo Extran al parámetro Δx

| Δx (metros) | Caudal máximo (m ³ /s) | Tiempo Pico (minutos) | Atenuación del caudal (%) | Número de Courant | Número de Iteraciones |
|------------------------|---|-----------------------------|---------------------------------|-------------------------|-----------------------------|
| 25 | 0.9497 | 31 | 0.00 | 0.266 | 108000 |
| 50 | 0.9480 | 32 | 0.18 | 0.133 | 108000 |
| 100 | 0.9475 | 33 | 0.23 | 0.067 | 108000 |
| 250 | 0.9473 | 33 | 0.25 | 0.027 | 108000 |
| 500 | 0.9471 | 33 | 0.28 | 0.013 | 108000 |
| 1000 | 0.9469 | 33 | 0.30 | 0.007 | 108000 |

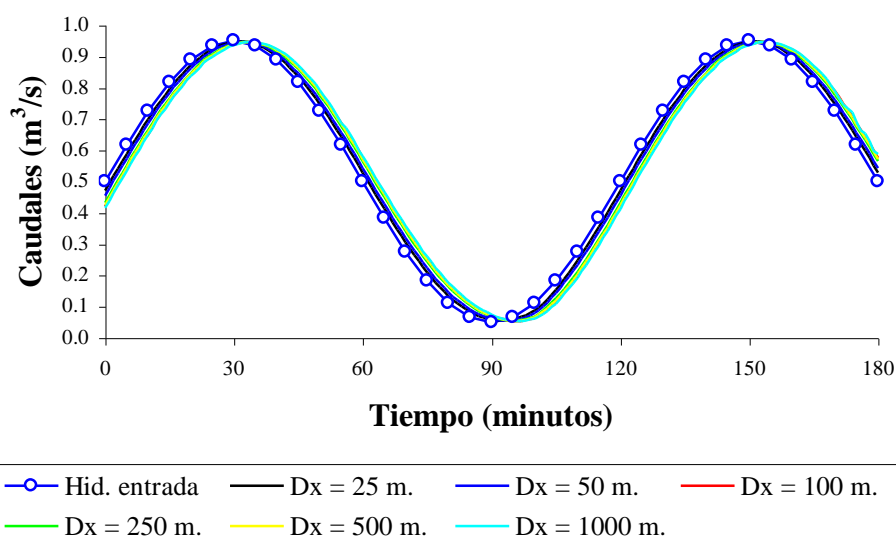


Figura A.9 - Ensayo N° 5: Sensibilidad del modelo Extran al parámetro Δx

Del análisis de este ensayo puede observarse que existe una leve atenuación de los caudales pico a medida que se incrementa el valor de Δx . No obstante, el aumento de la

atenuación respecto a la atenuación correspondiente al menor Δx (25 m) es inferior al 0.3% para los Δx analizados.

A.5.4 Ensayo N° 6: Sensibilidad al parámetro Δx , $\Delta t = 1$ seg e hidrograma sinusoidal.

Menor pendiente que ensayo N° 4

Se consideró un conducto de 1100 mm de diámetro, 1000 m de longitud, pendiente $S_o = 1 \text{ ‰}$ y $K = 80$. El paso de tiempo Δt considerado es de 1 segundo. El hidrograma de entrada es el mismo que el de los ensayos N° 2, N° 4 y N° 5.

El modelo Extran fue corrido para intervalos Δx de 25, 50, 100, 250, 500, y 1000 m. Los resultados se presentan en la tabla A.6 y en la figura A.10.

En este ensayo puede observarse que el aumento de atenuación de los caudales pico respecto a la acumulación del menor Δx (25m) es inferior al 1%.

Tabla A.6 – Ensayo N° 6: Sensibilidad del modelo Extran al parámetro Δx

| Δx (metros) | Caudal máximo (m ³ /s) | Tiempo Pico (minutos) | Atenuación del caudal (%) | Número de Courant | Número de Iteraciones |
|------------------------|---|-----------------------------|---------------------------------|-------------------------|-----------------------------|
| 25 | 0.9419 | 33 | 0.00 | 0.113 | 108000 |
| 50 | 0.9348 | 35 | 0.75 | 0.056 | 108000 |
| 100 | 0.9446 | 36 | 0.77 | 0.028 | 108000 |
| 250 | 0.9444 | 36 | 0.79 | 0.011 | 108000 |
| 500 | 0.9431 | 35 | 0.93 | 0.006 | 108000 |
| 1000 | 0.9425 | 35 | 0.99 | 0.003 | 108000 |

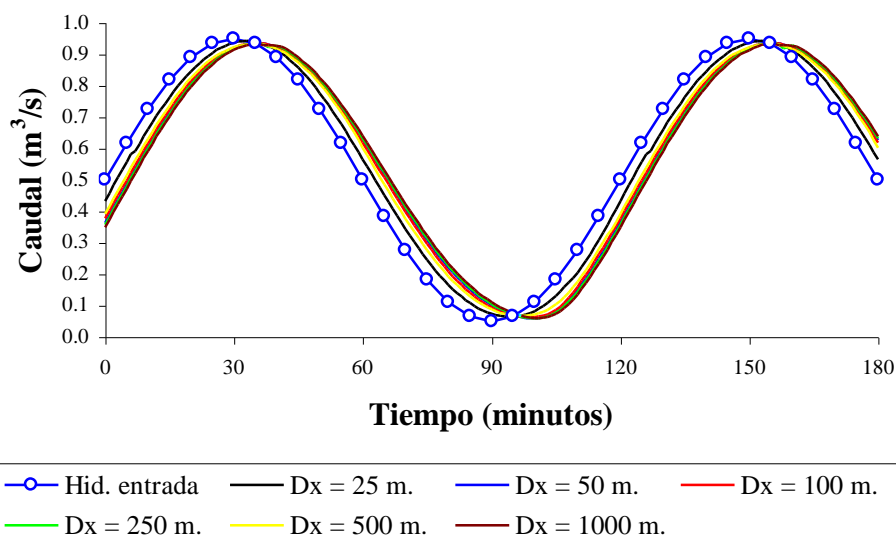


Figura A.10 – Ensayo N° 6: Sensibilidad del modelo Extran al parámetro Δx

A.5.5 Conclusión

En la tabla A.7 se presenta un resumen de los ensayos N°s 4, 5 y 6 que puede visualizarse en la figura A.11.

La atenuación de los caudales pico de salida respecto al caudal pico de entrada aumenta con el Δx , lo cual se acentúa a medida que disminuye la pendiente S_o . Sin embargo, en ningún caso, el aumento de la atenuación con respecto a la atenuación correspondiente al menor Δx (25 m), es inferior al 1%.

Tabla A.7 - Sensibilidad del modelo Extran al parámetro Δx . Resumen ensayos N° 4, 5 y 6

| Δx (metros) | Atenuación del caudal (%) | | |
|------------------------|---------------------------|----------------------|----------------------|
| | $K S_o^{1/2} = 8.00$ | $K S_o^{1/2} = 5.66$ | $K S_o^{1/2} = 2.53$ |
| 25 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| 50 | 0.16 | 0.18 | 0.75 |
| 100 | 0.23 | 0.24 | 0.77 |
| 250 | 0.25 | 0.28 | 0.79 |
| 500 | 0.28 | 0.31 | 0.93 |
| 1000 | 0.30 | 0.34 | 0.99 |

Por lo tanto, para las condiciones ensayadas, el efecto de amortiguamiento numérico del esquema puede ser considerado despreciable para propósitos prácticos.

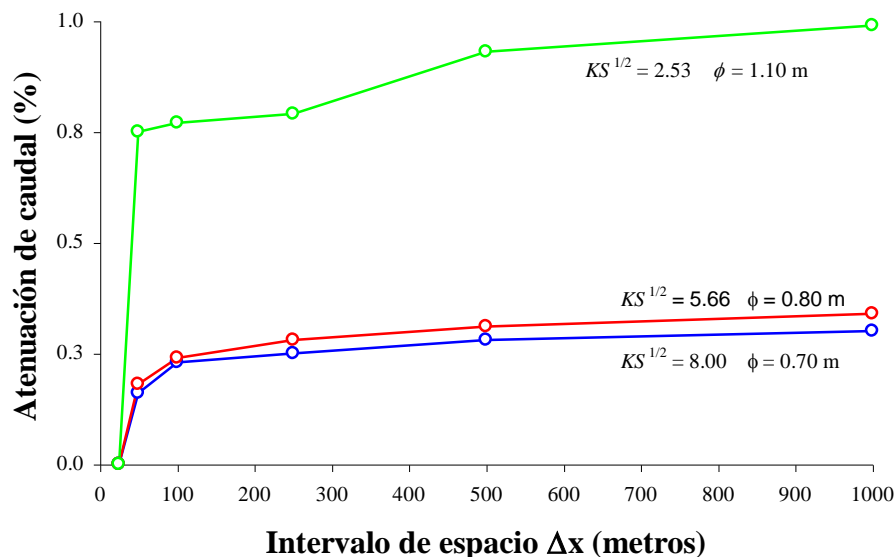


Figura A.11 - Sensibilidad al parámetro Δx . Resumen ensayos N° 4, 5 y 6

A.6 Sensibilidad del modelo Extran a la pendiente de conductos S_o

A continuación se presenta un ensayo que analiza la sensibilidad del modelo Extran a la variación de la pendiente de fondo de conductos S_o .

A.6.1 Ensayo N° 7: Sensibilidad al parámetro S_o

En este ensayo se analiza la influencia de S_o sobre los resultados de la simulación con Extran. Se considera aquí un conducto circular de 1000 m. longitud, coeficiente de resistencia $K = 80$, y para asegurar la capacidad de conducción se adoptan diferentes diámetros según el valor de S_o de acuerdo a la figura A.2. El paso de tiempo Δt considerado es de 1 segundo para todos los casos. El hidrograma de entrada es el mismo hidrograma sinusoidal de los experimentos anteriores.

El modelo Extran fue corrido para pendientes del 5 %, 1 %, 0.5 %, 0.1 % y 0.05 %, correspondiéndoles diámetros de 550, 700, 800, 1000 y 1200 mm respectivamente. Los resultados se presentan en la tabla A.8 y en la figura A.12.

Tabla A.8 –Ensayo N° 7: Sensibilidad del modelo Extran al parámetro S_o

| Pendiente | Caudal Máximo (m^3/s) | Tiempo Pico (minutos) | Atenuación del caudal (%) | Número de Courant | Tirante de agua (m) | Número de Froude |
|-----------|---------------------------|-----------------------|---------------------------|-------------------|---------------------|------------------|
| 0.0500 | 0.9488 | 751 | 0.13 | 0.12 | 0.39 | 2.7 |
| 0.0100 | 0.9471 | 753 | 0.31 | 0.07 | 0.58 | 1.2 |
| 0.0050 | 0.9452 | 754 | 0.51 | 0.05 | 0.65 | 0.9 |
| 0.0010 | 0.9341 | 756 | 1.67 | 0.03 | 0.83 | 0.5 |
| 0.0005 | 0.9269 | 757 | 2.43 | 0.02 | 0.88 | 0.3 |

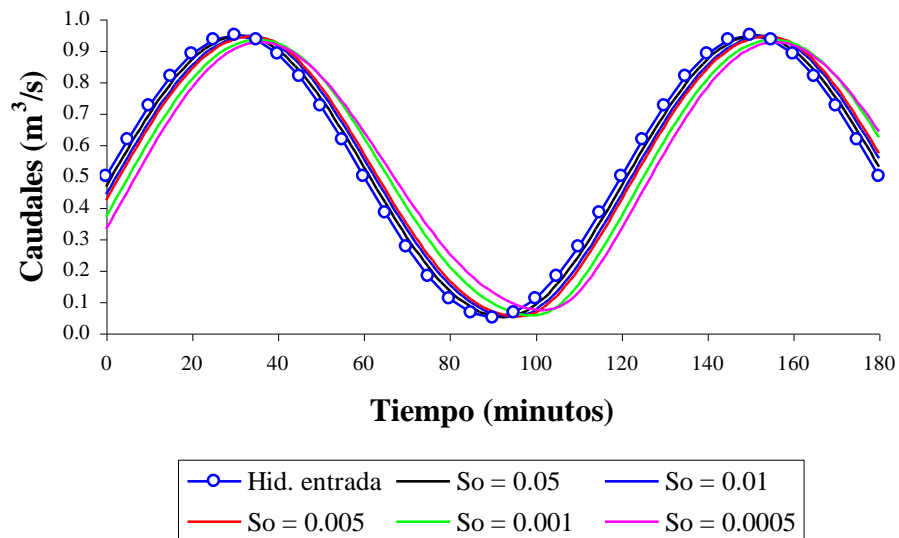


Figura A.12 – Sensibilidad del modelo Extran al parámetro S_o .

En este ensayo puede verse claramente el efecto amortiguador de la pendiente sobre los hidrogramas de simulación. Esa atenuación se acentúa a medida que la pendiente del conducto se hace cada vez más débil. Puede observarse además el cambio de régimen del escurrimiento, de supercrítico a subcrítico, lo cual queda manifestado por los valores del número adimensional de Froude. El amortiguamiento que sufren los caudales picos es

debido a la disminución de la pendiente y al cambio de régimen del escurrimiento y no deben ser atribuidos al esquema numérico del modelo Extran.

A.7 Sensibilidad del modelo Extran a la rugosidad n

Otro ensayo que se presenta a continuación es el que analiza la sensibilidad del modelo Extran a la variación de la rugosidad de los conductos.

A.7.1 Ensayo N° 8: Sensibilidad al parámetro n

En este ensayo se analiza la influencia de la rugosidad n de los conductos sobre los caudales resultantes de la simulación con Extran. Se considera aquí un conducto circular de 1000 m. longitud, coeficiente de rugosidad variable (entre 0.010 y 0.020) y pendiente del 0.5 %. Para asegurar la capacidad de conducción se adoptan diferentes diámetros según el valor del producto $KS_o^{1/2}$, de acuerdo con la figura A.2, teniendo en cuenta que $K=1/n$. El paso de tiempo Δt considerado es de 1 segundo para todos los casos. El hidrograma de entrada es el mismo hidrograma sinusoidal de los experimentos anteriores.

El modelo Extran fue corrido para rugosidades de 0.0100, 0.0125, 0.0150, 0.0175 y 0.0200, correspondiéndoles respectivamente, diámetros de 750, 800, 850, 900 y 950 mm. Los resultados se presentan en la tabla A.9 y en la figura A.13.

Tabla A.9 - Sensibilidad del modelo Extran al parámetro de rugosidad n

| Rugosidad | Caudal Máximo (m ³ /s) | Tiempo Pico (minutos) | Atenuación del caudal (%) | Número de Courant | Número de Iteraciones |
|-----------|---|-----------------------------|---------------------------------|-------------------------|-----------------------------|
| 0.0100 | 0.9426 | 755 | 0.78 | 0.06 | 10800 |
| 0.0125 | 0.9438 | 755 | 0.65 | 0.05 | 10800 |
| 0.0150 | 0.9444 | 755 | 0.60 | 0.04 | 10800 |
| 0.0175 | 0.9442 | 755 | 0.61 | 0.04 | 10800 |
| 0.0200 | 0.9440 | 755 | 0.63 | 0.04 | 10800 |

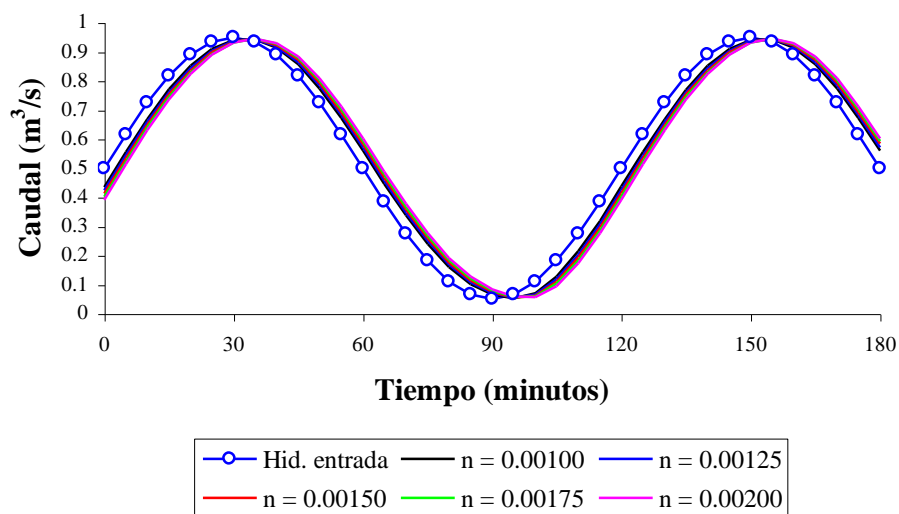


Figura A.13 - Sensibilidad del modelo Extran al parámetro de rugosidad n

A.8 Ábaco para la condición de estabilidad del modelo

En la figura A.14 se muestran las curvas de intervalo de tiempo-diámetro-longitud de conducto que pueden utilizarse de manera estimativa preliminar para determinar el valor de Δt que permite asegurar las condiciones de estabilidad del esquema numérico del modelo Extran. Para ello, se utilizó la ecuación 7.24, para distintos diámetros y longitudes de conducto

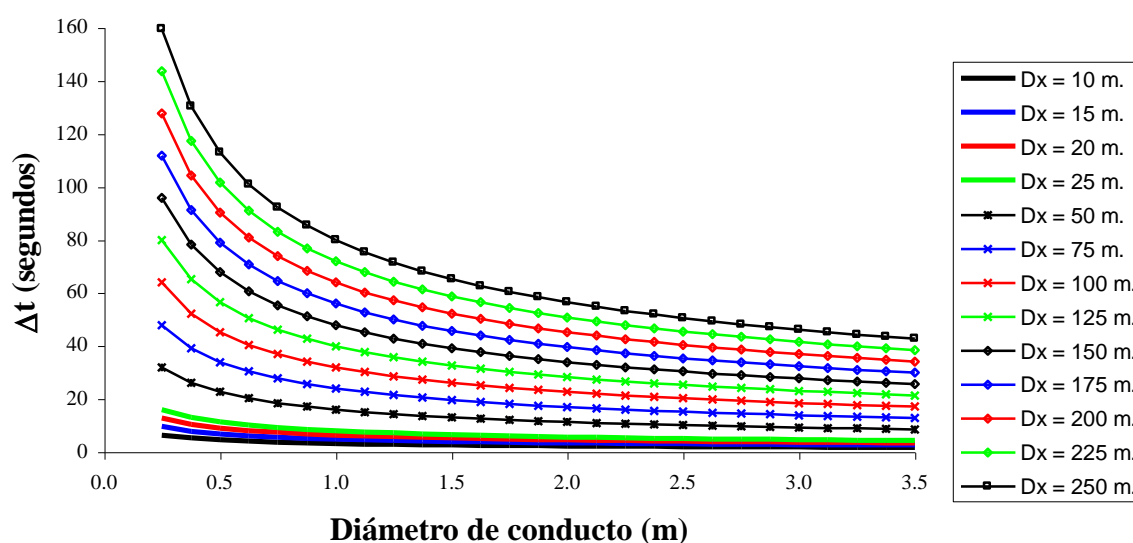


Figura A.14 - Curvas intervalo de tiempo-diámetro-longitud

Anexo B

Características de las discretizaciones para las escalas de estudio

Tabla B.1 - Características de la discretización en 59 subcuencas (micro escala)

| Orden de la cuenca | Nodo Ingreso | Área (ha) | Longitud del flujo (m) | Pendiente (m/m) | $W = A/L$ (m) | Impermeabilidad (%) |
|--------------------|--------------|-----------|------------------------|-----------------|---------------|---------------------|
| 1 | 100 | 1.1 | 103.8 | 0.0004 | 106 | 37.5 |
| 2 | 200 | 2.0 | 169.5 | 0.0031 | 118 | 37.5 |
| 3 | 300 | 0.9 | 209.3 | 0.0046 | 43 | 37.5 |
| 4 | 400 | 10.8 | 534.7 | 0.0029 | 202 | 37.5 |
| 5 | 500 | 2.8 | 337.3 | 0.0031 | 83 | 37.5 |
| 6 | 600 | 7.2 | 378.9 | 0.0038 | 190 | 37.5 |
| 7 | 700 | 1.1 | 93.2 | 0.0014 | 118 | 37.5 |
| 8 | 900 | 5.2 | 210.5 | 0.0034 | 247 | 37.5 |
| 9 | 1000 | 2.4 | 242.4 | 0.0023 | 99 | 37.5 |
| 10 | 1100 | 1.7 | 314.8 | 0.0024 | 54 | 37.5 |
| 11 | 1200 | 2.1 | 172.1 | 0.0024 | 122 | 37.5 |
| 12 | 1300 | 2.2 | 282.1 | 0.0023 | 78 | 37.5 |
| 13 | 1500 | 4.4 | 255.8 | 0.0028 | 172 | 37.5 |
| 14 | 1700 | 2.9 | 158.5 | 0.0034 | 183 | 37.5 |
| 15 | 1800 | 1.2 | 144.6 | 0.0023 | 83 | 37.5 |
| 16 | 1900 | 3.6 | 268.7 | 0.0023 | 134 | 37.5 |
| 17 | 2000 | 2.7 | 169.8 | 0.0064 | 159 | 36.7 |
| 18 | 2100 | 1.4 | 128.4 | 0.0070 | 109 | 36.7 |
| 19 | 2200 | 3.1 | 145.5 | 0.0052 | 213 | 36.7 |
| 20 | 2300 | 1.0 | 80.0 | 0.0019 | 125 | 37.5 |
| 21 | 2400 | 2.6 | 198.5 | 0.0021 | 131 | 37.5 |
| 22 | 2500 | 2.2 | 188.0 | 0.0022 | 117 | 37.5 |
| 23 | 2600 | 0.8 | 87.0 | 0.0017 | 92 | 38.0 |
| 24 | 2700 | 5.9 | 271.9 | 0.0054 | 217 | 36.7 |

Tabla B.1 - (continuación)

| Orden de la cuenca | Nodo Ingreso | Área (ha) | Longitud del flujo (m) | Pendiente (m/m) | $W = A/L$ (m) | Impermeabilidad (%) |
|--------------------|--------------|-----------|------------------------|-----------------|---------------|---------------------|
| 25 | 2800 | 31 | 193.8 | 0.0020 | 160 | 38.0 |
| 26 | 2900 | 4.8 | 360.9 | 0.0022 | 133 | 38.0 |
| 27 | 3000 | 3.2 | 293.6 | 0.0017 | 109 | 38.0 |
| 28 | 3100 | 4.2 | 274.5 | 0.0022 | 153 | 38.0 |
| 29 | 3200 | 3.6 | 290.3 | 0.0037 | 124 | 38.0 |
| 30 | 3300 | 4.3 | 145.3 | 0.0045 | 296 | 38.0 |
| 31 | 3400 | 2.5 | 193.8 | 0.0028 | 129 | 38.0 |
| 32 | 3500 | 2.2 | 231.6 | 0.0041 | 95 | 38.0 |
| 33 | 3600 | 1.1 | 88.0 | 0.0023 | 125 | 38.0 |
| 34 | 3700 | 7.0 | 391.1 | 0.0026 | 179 | 38.0 |
| 35 | 3800 | 4.9 | 284.9 | 0.0030 | 172 | 38.0 |
| 36 | 3900 | 6.6 | 379.3 | 0.0028 | 174 | 38.0 |
| 37 | 4000 | 4.0 | 292.0 | 0.0038 | 137 | 38.0 |
| 38 | 4100 | 1.4 | 108.5 | 0.0029 | 129 | 38.0 |
| 39 | 4200 | 4.7 | 291.9 | 0.0026 | 161 | 38.0 |
| 40 | 4300 | 5.7 | 265.1 | 0.0026 | 215 | 38.0 |
| 41 | 4400 | 1.6 | 128.0 | 0.0026 | 125 | 38.0 |
| 42 | 4500 | 1.2 | 96.8 | 0.0018 | 124 | 38.0 |
| 43 | 4600 | 2.5 | 320.5 | 0.0033 | 78 | 38.0 |
| 44 | 4700 | 2.1 | 98.1 | 0.0060 | 214 | 38.0 |
| 45 | 4800 | 4.5 | 343.5 | 0.0024 | 131 | 36.7 |
| 46 | 4900 | 0.8 | 55.2 | 0.0018 | 145 | 38.0 |
| 47 | 5000 | 2.3 | 230.0 | 0.0030 | 100 | 38.0 |
| 48 | 5100 | 3.0 | 157.1 | 0.0041 | 191 | 38.0 |
| 49 | 5200 | 1.4 | 160.9 | 0.0012 | 87 | 36.7 |
| 50 | 5300 | 1.2 | 181.8 | 0.0023 | 66 | 36.7 |
| 51 | 5400 | 1.3 | 108.3 | 0.0028 | 120 | 31.5 |
| 52 | 5500 | 10.5 | 583.3 | 0.0053 | 180 | 31.5 |
| 53 | 5600 | 1.6 | 146.8 | 0.0045 | 109 | 26.6 |
| 54 | 5700 | 9.0 | 486.5 | 0.0041 | 185 | 26.6 |
| 55 | 5800 | 4.1 | 244.0 | 0.0037 | 168 | 26.6 |
| 56 | 5900 | 7.8 | 464.3 | 0.0020 | 168 | 26.6 |
| 57 | 6000 | 1.7 | 242.9 | 0.0091 | 70 | 26.6 |
| 58 | 6100 | 1.1 | 139.2 | 0.0016 | 79 | 26.6 |
| 59 | 6200 | 2.1 | 250.0 | 0.0010 | 84 | 26.6 |
| Máximo | | 10.8 | 583.3 | 0.0091 | 296 | 38.0 |
| Medio | | 3.3 | 231.6 | 0.0031 | 137 | 32.8 |
| Mínimo | | 0.8 | 55.2 | 0.0004 | 43 | 26.6 |
| Total | | 194.4 | 13667.1 | | 8110 | |

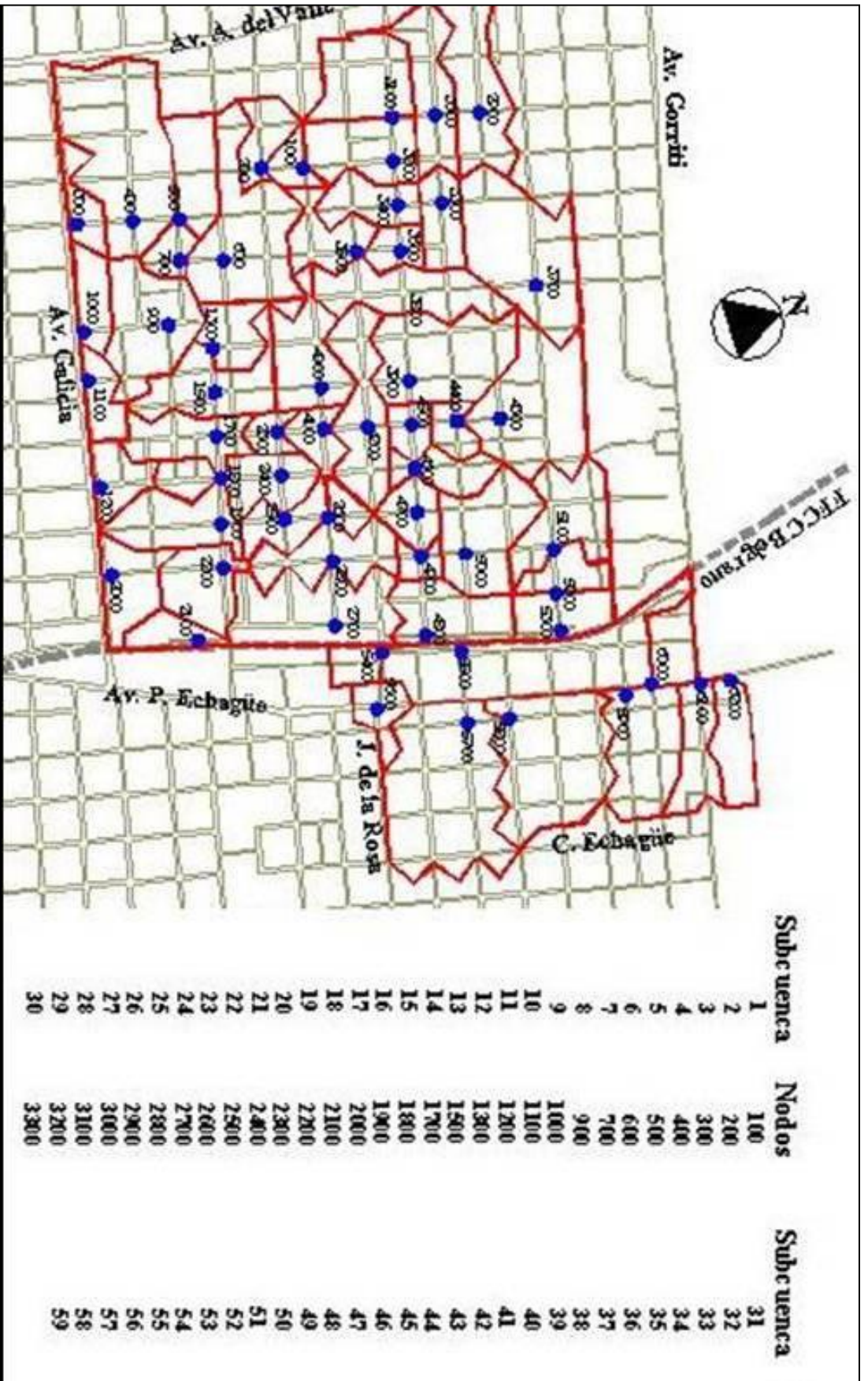


Figura B.1 – Discretización en 59 subcuencas (Micro escala)

Tabla B.2 - Características del sistema de drenaje de la cuenca

| Orden de conducto | Tipo de Sección | Diám./altura (m) | Ancho (m) | Longitud (m) | Pendiente (m/m) | Rugosidad |
|-------------------|-----------------|------------------|-----------|--------------|-----------------|-----------|
| 1 | circular | 0.50 | 0.00 | 104.60 | 0.0016 | 0.013 |
| 2 | circular | 0.60 | 0.00 | 98.80 | 0.0015 | 0.013 |
| 3 | circular | 0.60 | 0.00 | 223.30 | 0.0017 | 0.013 |
| 4 | rectangular | 0.30 | 0.80 | 134.00 | 0.0010 | 0.013 |
| 5 | rectangular | 0.30 | 0.80 | 98.10 | 0.0006 | 0.013 |
| 6 | rectangular | 0.30 | 0.80 | 101.40 | 0.0010 | 0.013 |
| 7 | circular | 0.60 | 0.00 | 102.00 | 0.0014 | 0.013 |
| 8 | rectangular | 0.40 | 1.20 | 176.40 | 0.0010 | 0.013 |
| 9 | rectangular | 0.40 | 1.20 | 368.00 | 0.0010 | 0.013 |
| 10 | circular | 0.50 | 0.00 | 117.60 | 0.0009 | 0.013 |
| 11 | circular | 0.60 | 0.00 | 234.80 | 0.0009 | 0.013 |
| 12 | circular | 0.80 | 0.00 | 170.10 | 0.0018 | 0.013 |
| 13 | rectangular | 1.00 | 2.40 | 96.35 | 0.0010 | 0.013 |
| 14 | circular | 0.60 | 0.00 | 162.90 | 0.0017 | 0.013 |
| 15 | circular | 0.70 | 0.00 | 81.80 | 0.0012 | 0.013 |
| 16 | circular | 0.80 | 0.00 | 85.70 | 0.0021 | 0.013 |
| 17 | rectangular | 1.00 | 2.40 | 101.15 | 0.0010 | 0.013 |
| 18 | rectangular | 1.00 | 2.40 | 103.20 | 0.0011 | 0.013 |
| 19 | circular | 0.50 | 0.00 | 266.90 | 0.0025 | 0.013 |
| 20 | circular | 0.60 | 0.00 | 105.00 | 0.0009 | 0.013 |
| 21 | circular | 0.60 | 0.00 | 165.00 | 0.0019 | 0.013 |
| 22 | rectangular | 1.20 | 2.60 | 147.50 | 0.0005 | 0.013 |
| 23 | circular | 0.60 | 0.00 | 97.00 | 0.0015 | 0.013 |
| 24 | circular | 0.80 | 0.00 | 94.30 | 0.0016 | 0.013 |
| 25 | circular | 0.80 | 0.00 | 97.50 | 0.0015 | 0.013 |
| 26 | rectangular | 1.20 | 2.60 | 118.40 | 0.0015 | 0.013 |
| 27 | circular | 0.50 | 0.00 | 87.50 | 0.0118 | 0.013 |
| 28 | circular | 0.80 | 0.00 | 133.00 | 0.0021 | 0.013 |
| 29 | rectangular | 1.20 | 2.60 | 199.80 | 0.0010 | 0.013 |
| 30 | circular | 0.60 | 0.00 | 100.70 | 0.0015 | 0.013 |
| 31 | circular | 0.70 | 0.00 | 89.40 | 0.0017 | 0.013 |
| 32 | circular | 1.00 | 0.00 | 101.30 | 0.0015 | 0.013 |
| 33 | circular | 1.00 | 0.00 | 100.85 | 0.0015 | 0.013 |
| 34 | circular | 0.60 | 0.00 | 94.70 | 0.0042 | 0.013 |
| 35 | rectangular | 0.73 | 2.20 | 102.30 | 0.0018 | 0.013 |
| 36 | circular | 0.50 | 0.00 | 107.00 | 0.0054 | 0.013 |
| 37 | rectangular | 0.72 | 2.20 | 99.30 | 0.0017 | 0.013 |
| 38 | circular | 0.80 | 0.00 | 306.55 | 0.0015 | 0.013 |
| 39 | rectangular | 1.00 | 2.40 | 203.10 | 0.0008 | 0.013 |
| 40 | rectangular | 1.00 | 2.40 | 101.50 | 0.0009 | 0.013 |
| 41 | circular | 0.70 | 0.00 | 98.00 | 0.0010 | 0.013 |
| 42 | circular | 0.70 | 0.00 | 92.00 | 0.0011 | 0.013 |
| 43 | circular | 1.00 | 0.00 | 101.20 | 0.0010 | 0.013 |
| 44 | circular | 0.70 | 0.00 | 99.40 | 0.0015 | 0.013 |
| 45 | circular | 0.70 | 0.00 | 99.30 | 0.0025 | 0.013 |
| 46 | rectangular | 1.00 | 2.40 | 87.00 | 0.0015 | 0.013 |

Tabla B.2 – (Continuación)

| Orden de conducto | Tipo de Sección | Diám./altura (m) | Ancho (m) | Longitud (m) | Pendiente (m/m) | Rugosidad |
|-------------------|-----------------|------------------|-----------|--------------|-----------------|-----------|
| 47 | rectangular | 1.00 | 2.40 | 104.00 | 0.0013 | 0.013 |
| 48 | rectangular | 1.00 | 2.40 | 106.00 | 0.0015 | 0.013 |
| 49 | circular | 0.60 | 0.00 | 175.95 | 0.0041 | 0.013 |
| 50 | rectangular | 1.20 | 2.60 | 103.10 | 0.0007 | 0.013 |
| 51 | rectangular | 1.20 | 2.60 | 198.40 | 0.0008 | 0.013 |
| 52 | rectangular | 1.20 | 2.60 | 106.60 | 0.0007 | 0.013 |
| 53 | rectangular | 1.20 | 2.60 | 98.90 | 0.0010 | 0.013 |
| 54 | circular | 0.50 | 0.00 | 187.20 | 0.0007 | 0.013 |
| 55 | circular | 0.70 | 0.00 | 237.50 | 0.0013 | 0.013 |
| 56 | rectangular | 1.20 | 2.60 | 170.20 | 0.0031 | 0.013 |
| 57 | rectangular | 1.20 | 2.60 | 96.10 | 0.0006 | 0.013 |
| 58 | rectangular | 1.20 | 2.60 | 63.10 | 0.0008 | 0.013 |
| 59 | rectangular | 1.20 | 2.60 | 110.80 | 0.0008 | 0.013 |
| 60 | circular | 0.80 | 0.00 | 190.00 | 0.0011 | 0.013 |
| 61 | circular | 0.80 | 0.00 | 50.00 | 0.0010 | 0.013 |
| 62 | circular | 0.80 | 0.00 | 65.00 | 0.0005 | 0.013 |
| 63 | circular | 0.60 | 0.00 | 52.30 | 0.0010 | 0.013 |
| 64 | circular | 0.80 | 0.00 | 81.00 | 0.0009 | 0.013 |
| 65 | circular | 1.20 | 0.00 | 149.05 | 0.0023 | 0.013 |
| 66 | circular | 1.20 | 0.00 | 137.60 | 0.0024 | 0.013 |
| 67 | rectangular | 2.20 | 3.10 | 71.40 | 0.0011 | 0.013 |
| 68 | rectangular | 2.20 | 3.10 | 20.00 | 0.0015 | 0.013 |

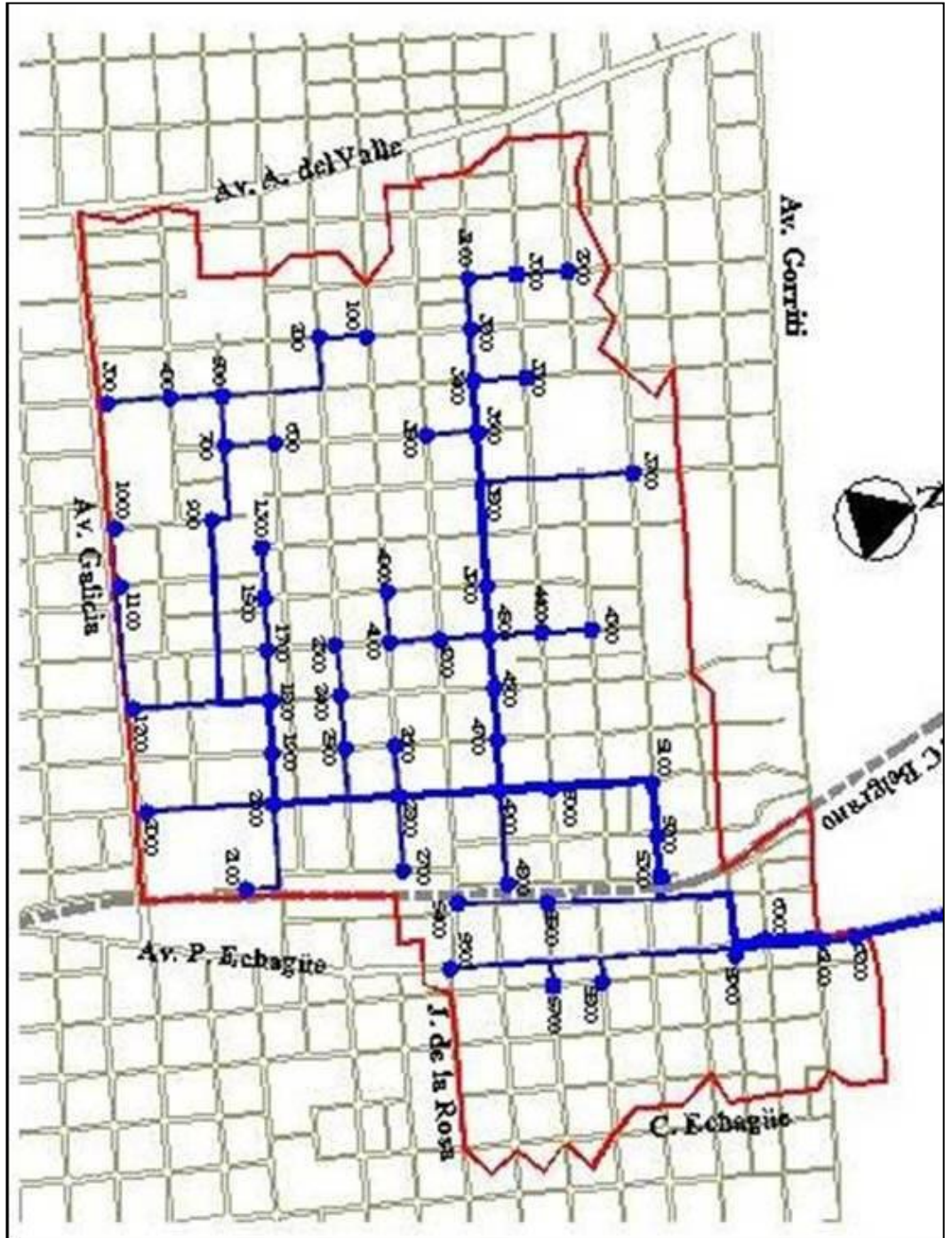


Figura B.2 – Esquema del sistema de conductos de la cuenca

Tabla B.3- Características de la discretización en 25 subcuencas (meso escala)

| Orden de la cuenca | Nodo Ingreso | Área (ha) | Longitud del flujo (m) | Pendiente (m/m) | $W = A/L$ (m) | Impermeabilidad (%) |
|--------------------|--------------|-----------|------------------------|-----------------|---------------|---------------------|
| 1 | 200 | 3.1 | 208.0 | 0.0017 | 149 | 37.5 |
| 2 | 400 | 11.7 | 558.0 | 0.0038 | 210 | 37.5 |
| 3 | 600 | 11.1 | 610.0 | 0.0028 | 182 | 37.5 |
| 4 | 900 | 9.3 | 450.0 | 0.0027 | 207 | 37.5 |
| 5 | 1500 | 6.6 | 402.0 | 0.0025 | 164 | 37.5 |
| 6 | 1700 | 2.9 | 167.0 | 0.0034 | 174 | 37.5 |
| 7 | 1900 | 6.9 | 387.0 | 0.0023 | 178 | 37.5 |
| 8 | 2200 | 7.2 | 444.0 | 0.0062 | 162 | 36.7 |
| 9 | 2400 | 5.8 | 294.0 | 0.0021 | 197 | 37.5 |
| 10 | 2700 | 9.8 | 496.0 | 0.0030 | 198 | 37.2 |
| 11 | 2900 | 8.0 | 379.0 | 0.0019 | 211 | 38.0 |
| 12 | 3200 | 7.8 | 387.0 | 0.0030 | 202 | 38.0 |
| 13 | 3400 | 6.8 | 253.0 | 0.0037 | 269 | 38.0 |
| 14 | 3500 | 3.3 | 366.0 | 0.0032 | 90 | 38.0 |
| 15 | 3800 | 11.9 | 716.0 | 0.0028 | 166 | 38.0 |
| 16 | 3900 | 6.6 | 379.3 | 0.0028 | 174 | 38.0 |
| 17 | 4200 | 10.1 | 520.0 | 0.0031 | 194 | 38.0 |
| 18 | 4500 | 8.5 | 577.0 | 0.0023 | 147 | 38.0 |
| 19 | 4700 | 4.6 | 304.0 | 0.0046 | 151 | 38.0 |
| 20 | 4800 | 7.6 | 510.0 | 0.0024 | 149 | 37.2 |
| 21 | 5300 | 5.6 | 248.0 | 0.0026 | 226 | 37.4 |
| 22 | 5500 | 13.4 | 625.0 | 0.0042 | 214 | 30.9 |
| 23 | 5700 | 13.1 | 510.0 | 0.0039 | 257 | 26.6 |
| 24 | 5900 | 9.5 | 490.0 | 0.0056 | 194 | 26.6 |
| 25 | 6100 | 3.2 | 384.0 | 0.0013 | 83 | 26.6 |
| Máximo | | 13.4 | 716.0 | 0.0062 | 269 | 38.0 |
| Medio | | 7.8 | 426.6 | 0.0031 | 182 | 36.0 |
| Mínimo | | 2.9 | 167.0 | 0.0013 | 83 | 26.6 |
| Total | | 194.4 | 10664.3 | | 4548 | |

Tabla B.4 - Características de la discretización en 6 subcuencas (macro escala)

| Orden de la cuenca | Nodo Ingreso | Área (ha) | Longitud del flujo (m) | Pendiente (m/m) | $W = A/L$ (m) | Impermeabilidad (%) |
|--------------------|--------------|-----------|------------------------|-----------------|---------------|---------------------|
| 1 | 1500 | 64.6 | 1170.0 | 0.0031 | 552 | 37.4 |
| 2 | 2700 | 23.0 | 800.0 | 0.0027 | 288 | 37.2 |
| 3 | 4500 | 67.6 | 1250.0 | 0.0030 | 541 | 38.0 |
| 4 | 5500 | 13.4 | 625.0 | 0.0042 | 215 | 30.9 |
| 5 | 5700 | 13.1 | 510.0 | 0.0039 | 257 | 26.6 |
| 6 | 5900 | 12.7 | 490.0 | 0.0035 | 259 | 26.6 |
| Máximo | | 67.6 | 1250.0 | 0.0042 | 552 | 38.0 |
| Medio | | 32.4 | 807.5 | 0.0034 | 352 | 32.8 |
| Mínimo | | 12.7 | 490.0 | 0.0027 | 215 | 26.6 |
| Total | | 194.4 | 4845.0 | | 2112 | |

Tabla B.5 - Características del sistema de drenaje, meso escala

| Orden de conducto | Tipo de Sección | Diám./altura (m) | Ancho (m) | Longitud (m) | Pendiente (m/m) | Rugosidad |
|-------------------|-----------------|------------------|-----------|--------------|-----------------|-----------|
| 1 | circular | 0.60 | 0.00 | 98.80 | 0.0015 | 0.020 |
| 2 | circular | 0.60 | 0.00 | 223.30 | 0.0017 | 0.020 |
| 3 | rectangular | 0.30 | 0.80 | 98.10 | 0.0006 | 0.020 |
| 4 | rectangular | 0.30 | 0.80 | 101.40 | 0.0010 | 0.020 |
| 5 | circular | 0.60 | 0.00 | 102.00 | 0.0014 | 0.020 |
| 6 | rectangular | 0.40 | 1.20 | 176.40 | 0.0010 | 0.020 |
| 7 | rectangular | 0.40 | 1.20 | 368.00 | 0.0010 | 0.020 |
| 8 | rectangular | 1.00 | 2.40 | 96.35 | 0.0010 | 0.020 |
| 9 | circular | 0.70 | 0.00 | 81.80 | 0.0012 | 0.020 |
| 10 | circular | 0.80 | 0.00 | 85.70 | 0.0021 | 0.020 |
| 11 | rectangular | 1.00 | 2.40 | 101.15 | 0.0010 | 0.020 |
| 12 | rectangular | 1.00 | 2.40 | 103.20 | 0.0011 | 0.020 |
| 13 | rectangular | 1.20 | 2.60 | 147.50 | 0.0005 | 0.020 |
| 14 | circular | 0.80 | 0.00 | 94.30 | 0.0016 | 0.020 |
| 15 | circular | 0.80 | 0.00 | 97.50 | 0.0015 | 0.020 |
| 16 | rectangular | 1.20 | 2.60 | 118.40 | 0.0015 | 0.020 |
| 17 | circular | 0.80 | 0.00 | 133.00 | 0.0021 | 0.020 |
| 18 | rectangular | 1.20 | 2.60 | 199.80 | 0.0010 | 0.020 |
| 19 | circular | 0.60 | 0.00 | 100.70 | 0.0015 | 0.020 |
| 20 | circular | 0.70 | 0.00 | 89.40 | 0.0017 | 0.020 |
| 21 | circular | 1.00 | 0.00 | 101.30 | 0.0015 | 0.020 |
| 22 | circular | 1.00 | 0.00 | 100.85 | 0.0015 | 0.020 |
| 23 | rectangular | 0.73 | 2.20 | 102.30 | 0.0018 | 0.020 |
| 24 | circular | 0.50 | 0.00 | 107.00 | 0.0054 | 0.020 |
| 25 | rectangular | 0.73 | 2.20 | 99.30 | 0.0017 | 0.020 |
| 26 | rectangular | 1.00 | 2.40 | 203.10 | 0.0008 | 0.020 |
| 27 | rectangular | 1.00 | 2.40 | 101.50 | 0.0009 | 0.020 |
| 28 | circular | 1.00 | 0.00 | 101.20 | 0.0010 | 0.020 |
| 29 | rectangular | 1.00 | 2.40 | 87.00 | 0.0015 | 0.020 |
| 30 | rectangular | 1.00 | 2.40 | 104.00 | 0.0013 | 0.020 |
| 31 | rectangular | 1.00 | 2.40 | 106.00 | 0.0015 | 0.020 |
| 32 | circular | 0.60 | 0.00 | 175.95 | 0.0041 | 0.020 |
| 33 | rectangular | 1.20 | 2.60 | 103.10 | 0.0007 | 0.020 |
| 34 | rectangular | 1.20 | 2.60 | 198.40 | 0.0008 | 0.020 |
| 35 | rectangular | 1.20 | 2.60 | 106.60 | 0.0007 | 0.020 |
| 36 | rectangular | 1.20 | 2.60 | 98.90 | 0.0010 | 0.020 |
| 37 | circular | 0.70 | 0.00 | 237.50 | 0.0022 | 0.020 |
| 38 | rectangular | 1.20 | 2.60 | 170.20 | 0.0008 | 0.020 |
| 39 | rectangular | 1.20 | 2.60 | 96.10 | 0.0006 | 0.020 |
| 40 | rectangular | 1.20 | 2.60 | 63.10 | 0.0008 | 0.020 |
| 41 | rectangular | 1.20 | 2.60 | 110.80 | 0.0008 | 0.020 |
| 42 | circular | 0.80 | 0.00 | 50.00 | 0.0010 | 0.020 |
| 43 | circular | 0.80 | 0.00 | 65.00 | 0.0005 | 0.020 |
| 44 | circular | 0.80 | 0.00 | 81.00 | 0.0009 | 0.020 |
| 45 | circular | 1.20 | 0.00 | 149.05 | 0.0023 | 0.020 |

Tabla B.5 – (Continuación)

| Orden de conducto | Tipo de Sección | Diám./altura (m) | Ancho (m) | Longitud (m) | Pendiente (m/m) | Rugosidad |
|-------------------|-----------------|------------------|-----------|--------------|-----------------|-----------|
| 46 | circular | 1.20 | 0.00 | 137.60 | 0.0024 | 0.020 |
| 47 | rectangular | 2.20 | 3.10 | 71.40 | 0.0011 | 0.020 |
| 48 | rectangular | 2.20 | 3.10 | 20.00 | 0.0015 | 0.020 |

Tabla B.6 - Características del sistema de drenaje, macro escala

| Orden de conducto | Tipo de Sección | Diám./altura (m) | Ancho (m) | Longitud (m) | Pendiente (m/m) | Rugosidad |
|-------------------|-----------------|------------------|-----------|--------------|-----------------|-----------|
| 1 | circular | 0.70 | 0.00 | 81.80 | 0.0012 | 0.020 |
| 2 | circular | 0.80 | 0.00 | 85.70 | 0.0021 | 0.020 |
| 3 | rectangular | 1.00 | 2.40 | 101.15 | 0.0010 | 0.020 |
| 4 | rectangular | 1.00 | 2.40 | 103.20 | 0.0011 | 0.020 |
| 5 | rectangular | 1.20 | 2.60 | 147.50 | 0.0005 | 0.020 |
| 6 | rectangular | 1.20 | 2.60 | 118.40 | 0.0015 | 0.020 |
| 7 | circular | 0.80 | 0.00 | 133.00 | 0.0021 | 0.020 |
| 8 | rectangular | 1.20 | 2.60 | 199.80 | 0.0010 | 0.020 |
| 9 | rectangular | 1.00 | 2.40 | 87.00 | 0.0015 | 0.020 |
| 10 | rectangular | 1.00 | 2.40 | 104.00 | 0.0013 | 0.020 |
| 11 | rectangular | 1.00 | 2.40 | 106.00 | 0.0015 | 0.020 |
| 12 | rectangular | 1.20 | 2.60 | 103.10 | 0.0007 | 0.020 |
| 13 | rectangular | 1.20 | 2.60 | 198.40 | 0.0008 | 0.020 |
| 14 | rectangular | 1.20 | 2.60 | 106.60 | 0.0007 | 0.020 |
| 15 | rectangular | 1.20 | 2.60 | 98.90 | 0.0010 | 0.020 |
| 16 | circular | 0.70 | 0.00 | 237.50 | 0.0022 | 0.020 |
| 17 | rectangular | 1.20 | 2.60 | 170.20 | 0.0008 | 0.020 |
| 18 | rectangular | 1.20 | 2.60 | 96.10 | 0.0006 | 0.020 |
| 19 | rectangular | 1.20 | 2.60 | 63.10 | 0.0008 | 0.020 |
| 20 | rectangular | 1.20 | 2.60 | 110.80 | 0.0008 | 0.020 |
| 21 | circular | 0.80 | 0.00 | 50.00 | 0.0010 | 0.020 |
| 22 | circular | 0.80 | 0.00 | 65.00 | 0.0005 | 0.020 |
| 23 | circular | 0.80 | 0.00 | 81.00 | 0.0009 | 0.020 |
| 24 | circular | 1.20 | 0.00 | 149.05 | 0.0023 | 0.020 |
| 25 | circular | 1.20 | 0.00 | 137.60 | 0.0024 | 0.020 |
| 26 | rectangular | 2.20 | 3.10 | 71.40 | 0.0011 | 0.020 |
| 27 | rectangular | 2.20 | 3.10 | 20.00 | 0.0015 | 0.020 |

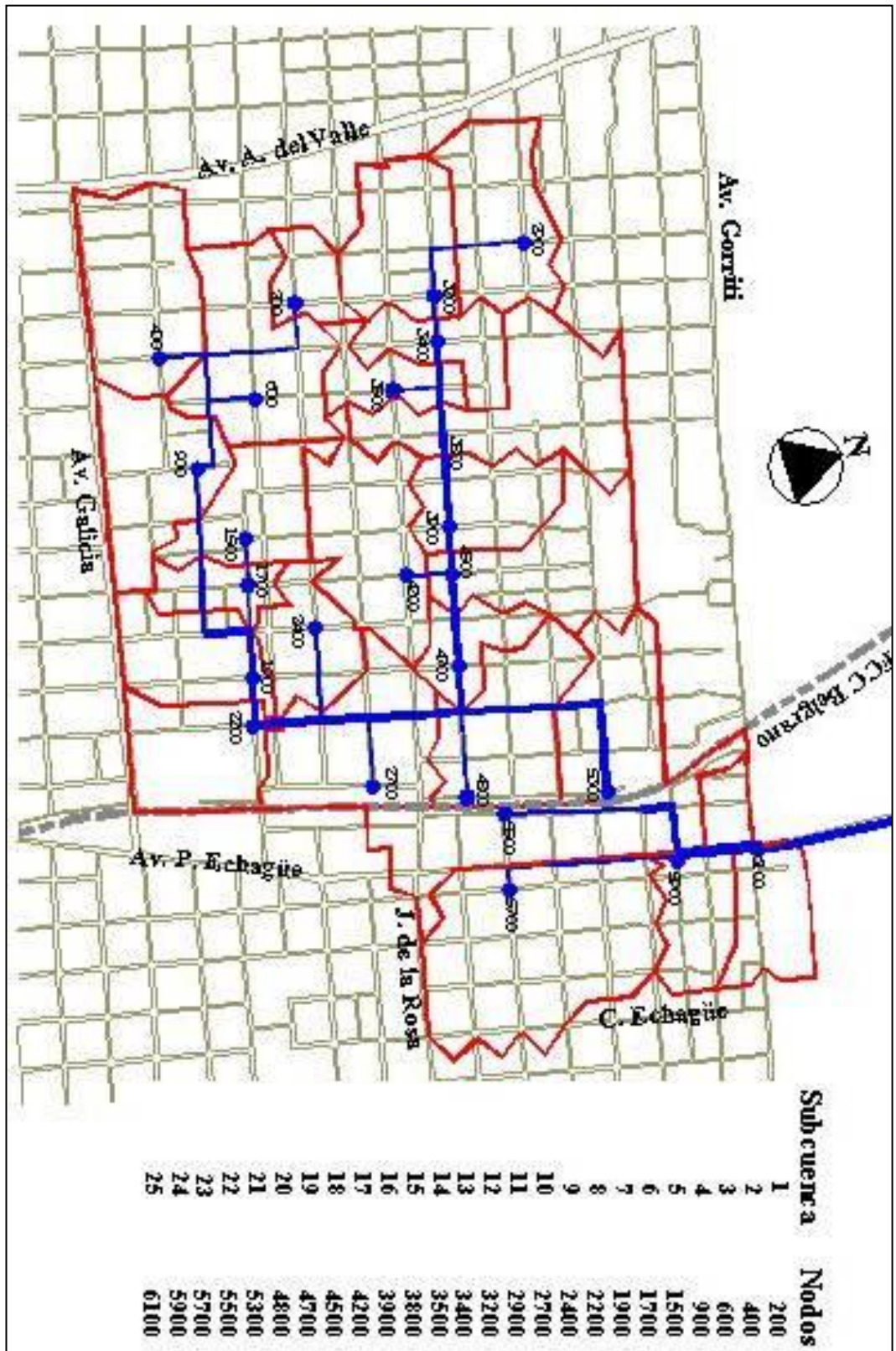


Figura B.3 – Discretización en 25 subcuencas (Meso escala)

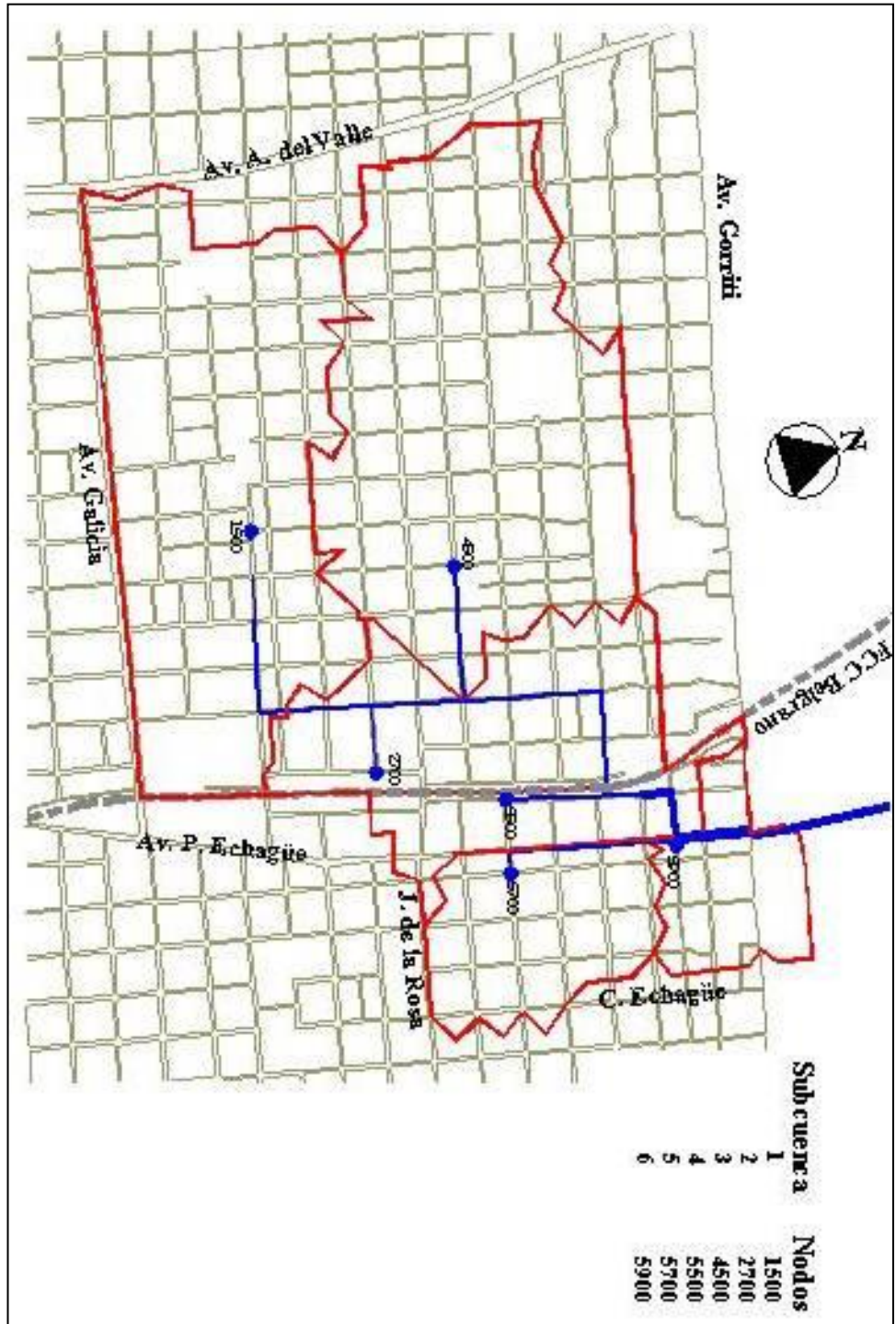


Figura B.4 – Discretización en 6 subcuenas (Macro escala)

Anexo C

Resultados de la calibración para distintas escalas espaciales y eventos

Tabla C.1 – Resultados de la calibración para la micro escala

| Evento | Observado | | | α | Simulado | | Error | |
|----------|----------------------|---------------------------------|------------------------|----------|---------------------------------|------------------------|-----------------|--------------------|
| | Hora inicial (hh:mm) | Caudal pico (m ³ /s) | Tiempo al pico (hh:mm) | | Caudal pico (m ³ /s) | Tiempo al pico (hh:mm) | Caudal pico (%) | Tiempo al pico (%) |
| 28/04/95 | 11:30 | 1.00 | 13:00 | 0.80 | 1.07 | 13:10 | 7 | 11 |
| 05/05/95 | 20:30 | 0.75 | 0:00 | 0.90 | 0.73 | 23:50 | 3 | 5 |
| 30/01/96 | 14:00 | 0.92 | 15:20 | 0.45 | 0.87 | 15:35 | 5 | 19 |
| 28/02/96 | 2:30 | 0.88 | 4:00 | 0.50 | 0.87 | 4:20 | 1 | 22 |
| 11/03/96 | 2:30 | 0.95 | 6:00 | 0.50 | 0.92 | 6:09 | 3 | 4 |
| 12/03/96 | 10:00 | 1.27 | 11:50 | 0.45 | 1.29 | 12:07 | 2 | 15 |
| 15/06/96 | 4:00 | 1.24 | 6:00 | 0.40 | 1.19 | 6:17 | 4 | 14 |
| 15/06/96 | 4:00 | 1.22 | 9:00 | 0.40 | 1.17 | 9:24 | 4 | 8 |

Tabla C.2 – Resultados de la calibración para la meso escala

| Evento | Observado | | | α | Simulado | | Error | |
|----------|----------------------|---------------------------------|------------------------|----------|---------------------------------|------------------------|-----------------|--------------------|
| | Hora inicial (hh:mm) | Caudal pico (m ³ /s) | Tiempo al pico (hh:mm) | | Caudal pico (m ³ /s) | Tiempo al pico (hh:mm) | Caudal pico (%) | Tiempo al pico (%) |
| 28/04/95 | 11:30 | 1.00 | 13:00 | 0.70 | 1.02 | 13:08 | 2 | 8 |
| 05/05/95 | 20:30 | 0.75 | 0:00 | 0.80 | 0.70 | 23:50 | 7 | 5 |
| 30/01/96 | 14:00 | 0.92 | 15:20 | 0.40 | 0.89 | 15:38 | 3 | 18 |
| 28/02/96 | 2:30 | 0.88 | 4:00 | 0.40 | 0.91 | 4:14 | 3 | 13 |
| 11/03/96 | 2:30 | 0.95 | 6:00 | 0.40 | 0.94 | 6:06 | 1 | 3 |
| 12/03/96 | 10:00 | 1.27 | 11:50 | 0.25 | 1.31 | 12:01 | 3 | 9 |
| 15/06/96 | 4:00 | 1.24 | 6:00 | 0.25 | 1.29 | 6:11 | 4 | 8 |
| 15/06/96 | 4:00 | 1.22 | 9:00 | 0.25 | 1.22 | 9:18 | 0 | 6 |

Tabla C.3 – Resultados de la calibración para la macro escala

| Evento | Observado | | | Simulado | | | Error | |
|----------|----------------------|---------------------------------|------------------------|----------|---------------------------------|------------------------|-----------------|--------------------|
| | Hora inicial (hh:mm) | Caudal pico (m ³ /s) | Tiempo al pico (hh:mm) | α | Caudal pico (m ³ /s) | Tiempo al pico (hh:mm) | Caudal pico (%) | Tiempo al pico (%) |
| 28/04/95 | 11:30 | 1.00 | 13:00 | 1.20 | 0.95 | 13:00 | 5 | 0 |
| 05/05/95 | 20:30 | 0.75 | 0:00 | 1.35 | 0.65 | 23:44 | 13 | 8 |
| 30/01/96 | 14:00 | 0.92 | 15:20 | 0.45 | 0.97 | 15:15 | 5 | 7 |
| 28/02/96 | 2:30 | 0.88 | 4:00 | 0.45 | 0.76 | 4:06 | 14 | 6 |
| 11/03/96 | 2:30 | 0.95 | 6:00 | 0.60 | 0.86 | 6:03 | 9 | 1 |
| 12/03/96 | 10:00 | 1.27 | 11:50 | 0.35 | 1.17 | 11:54 | 8 | 4 |
| 15/06/96 | 4:00 | 1.24 | 6:00 | 0.35 | 1.20 | 6:01 | 3 | 1 |
| 15/06/96 | 4:00 | 1.22 | 9:00 | 0.35 | 1.21 | 9:10 | 1 | 3 |

Tabla C.4 – Estadísticos del parámetro α para distintas escalas y eventos

| Evento | Características | | | | Coeficiente de calibración α | | |
|----------|--------------------|-------------------------|--------------------------|--------------------------------------|-------------------------------------|-------------|--------------|
| | Duración (minutos) | Lámina precipitada (mm) | Intensidad máxima (mm/h) | Caudal observado (m ³ /s) | Micro escala | Meso escala | Macro escala |
| 28/04/95 | 65 | 14.0 | 30.0 | 1.01 | 0.80 | 0.70 | 1.20 |
| 05/05/95 | 70 | 16.0 | 36.0 | 0.75 | 0.90 | 0.80 | 1.35 |
| 30/01/96 | 240 | 18.0 | 72.0 | 0.92 | 0.45 | 0.40 | 0.45 |
| 28/02/96 | 75 | 15.0 | 36.0 | 0.88 | 0.50 | 0.40 | 0.45 |
| 11/03/96 | 270 | 20.0 | 30.0 | 0.95 | 0.50 | 0.40 | 0.60 |
| 12/03/96 | 230 | 31.0 | 48.0 | 1.27 | 0.45 | 0.25 | 0.35 |
| 15/06/96 | 290 | 34.0 | 78.0 | 1.25 | 0.40 | 0.25 | 0.35 |
| | | | | Media | 0.57 | 0.46 | 0.68 |
| | | | | Desvío | 0.20 | 0.21 | 0.42 |
| | | | | Varianza | 0.01 | 0.02 | 0.05 |
| | | | | Coef. variación | 0.34 | 0.47 | 0.62 |

En la tabla C4 se observa que los valores del parámetro α varían con la escala espacial y con la magnitud del evento. Para cada escala, α varía inversamente con la magnitud del evento; esto es, para los eventos de mayor magnitud los valores de α son mayores que los correspondientes a los eventos de mayor magnitud. Este efecto se acentúa a medida que aumenta la escala, lo cual se expresa en un aumento de la varianza con la escala. La variación de α con la magnitud del evento refleja la no linealidad del proceso de flujo superficial.

Una vez adoptado el valor de α medio para cada escala, se simularon los distintos eventos para las tres escalas espaciales. Los resultados se muestran en las tablas C.5, C.6 y C.7.

Tabla C.5 – Resultados finales de la calibración de la micro escala

| Evento | Observado | | | Simulado | | | Error | |
|----------|----------------------|---------------------------------|------------------------|----------|---------------------------------|------------------------|-----------------|--------------------|
| | Hora inicial (hh:mm) | Caudal pico (m ³ /s) | Tiempo al pico (hh:mm) | α | Caudal pico (m ³ /s) | Tiempo al pico (hh:mm) | Caudal pico (%) | Tiempo al pico (%) |
| 28/04/95 | 11:30 | 1.00 | 13:00 | 0.57 | 0.88 | 13:27 | 12 | 23 |
| 05/05/95 | 20:30 | 0.75 | 0:00 | 0.57 | 0.61 | 0:13 | 19 | 6 |
| 30/01/96 | 14:00 | 0.92 | 15:20 | 0.57 | 1.10 | 15:36 | 20 | 17 |
| 28/02/96 | 2:30 | 0.88 | 4:00 | 0.57 | 1.00 | 4:24 | 14 | 21 |
| 11/03/96 | 2:30 | 0.95 | 6:00 | 0.57 | 1.06 | 6:10 | 12 | 5 |
| 12/03/96 | 10:00 | 1.27 | 11:50 | 0.57 | 1.57 | 12:04 | 24 | 11 |
| 15/06/96 | 4:00 | 1.24 | 6:00 | 0.57 | 1.46 | 6:17 | 18 | 12 |
| 15/06/96 | 4:00 | 1.22 | 9:00 | 0.57 | 1.23 | 9:28 | 1 | 9 |

Tabla C.6 – Resultados finales de la calibración de la meso escala

| Evento | Observado | | | Simulado | | | Error | |
|----------|----------------------|---------------------------------|------------------------|----------|---------------------------------|------------------------|-----------------|--------------------|
| | Hora inicial (hh:mm) | Caudal pico (m ³ /s) | Tiempo al pico (hh:mm) | α | Caudal pico (m ³ /s) | Tiempo al pico (hh:mm) | Caudal pico (%) | Tiempo al pico (%) |
| 28/04/95 | 11:30 | 1.00 | 13:00 | 0.46 | 0.74 | 13:25 | 26 | 22 |
| 05/05/95 | 20:30 | 0.75 | 0:00 | 0.46 | 0.53 | 1:08 | 29 | 24 |
| 30/01/96 | 14:00 | 0.92 | 15:20 | 0.46 | 0.96 | 15:31 | 4 | 12 |
| 28/02/96 | 2:30 | 0.88 | 4:00 | 0.46 | 0.86 | 4:21 | 2 | 19 |
| 11/03/96 | 2:30 | 0.95 | 6:00 | 0.46 | 0.92 | 6:17 | 3 | 7 |
| 12/03/96 | 10:00 | 1.27 | 11:50 | 0.46 | 1.41 | 12:03 | 11 | 11 |
| 15/06/96 | 4:00 | 1.24 | 6:00 | 0.46 | 1.36 | 6:14 | 10 | 10 |
| 15/06/96 | 4:00 | 1.22 | 9:00 | 0.46 | 1.26 | 9:21 | 3 | 7 |

Tabla C.7 – Resultados finales de la calibración de la macro escala

| Evento | Observado | | | Simulado | | | Error | |
|----------|----------------------|---------------------------------|------------------------|----------|---------------------------------|------------------------|-----------------|--------------------|
| | Hora inicial (hh:mm) | Caudal pico (m ³ /s) | Tiempo al pico (hh:mm) | α | Caudal pico (m ³ /s) | Tiempo al pico (hh:mm) | Caudal pico (%) | Tiempo al pico (%) |
| 28/04/95 | 11:30 | 1.00 | 13:00 | 0.68 | 0.64 | 13:14 | 36 | 13 |
| 05/05/95 | 20:30 | 0.75 | 0:00 | 0.68 | 0.47 | 1:17 | 37 | 27 |
| 30/01/96 | 14:00 | 0.92 | 15:20 | 0.68 | 0.85 | 15:21 | 8 | 1 |
| 28/02/96 | 2:30 | 0.88 | 4:00 | 0.68 | 0.76 | 4:09 | 14 | 9 |
| 11/03/96 | 2:30 | 0.95 | 6:00 | 0.68 | 0.79 | 6:14 | 17 | 6 |
| 12/03/96 | 10:00 | 1.27 | 11:50 | 0.68 | 1.22 | 11:59 | 4 | 8 |
| 15/06/96 | 4:00 | 1.24 | 6:00 | 0.68 | 1.22 | 6:07 | 2 | 6 |
| 15/06/96 | 4:00 | 1.22 | 9:00 | 0.68 | 1.25 | 9:14 | 2 | 4 |

Anexo D

Listado de simbologías

Los siguientes símbolos han sido usados en este trabajo:

| | |
|-----------------|---|
| A | Área de la superficie de control |
| A | Sección transversal del flujo |
| A | Área de la subcuenca |
| \bar{A} | Área media de subcuencas |
| A_c | Área de la sección transversal de un conducto real |
| A_e | Área de la sección transversal de un conducto equivalente |
| A_o | Área del orificio |
| A_S | Área superficial del nodo |
| a | Exponente empírico |
| a_0, a_1, a_2 | Coefficientes del polinomio |
| B | Ancho superficial del flujo |
| B | Propiedad extensiva del fluido |
| b | Propiedad intensiva del fluido |
| C | Celeridad de la onda |
| C_f | Factor de fricción |
| C_H | Coefficiente de Hazen-Williams |
| C_h | Coefficiente de Chèzy |
| C_o | Coefficiente de descarga en el orificio |
| C_p | Coefficiente de pérdida |
| C_{p_c} | Coefficiente de pérdida por contracción |
| C_{p_e} | Coefficiente de pérdida por expansión |

| | |
|-----------|---|
| C_r | Número de Courant |
| C_s | Coefficiente de sumergencia |
| C_{sc} | Coefficiente de sobre carga del vertedero |
| C_v | Coefficiente de descarga por vertedero |
| C' | Constante adimensional empírica = 0.1 |
| D | Coefficiente de difusión de la onda |
| d | Tirante de agua normal al fondo del canal |
| d | Tirante de agua en el reservorio |
| dp | Duración de la propagación del caudal pico |
| dp | Tirante de almacenamiento en depresión |
| E | Energía total |
| E_d | Energía disipada en el resalto hidráulico |
| ErQ | Error relativo del caudal pico |
| ErT | Error relativo del tiempo al pico |
| ErV | Error relativo del volumen |
| E_u | Energía interna |
| e_u | Energía interna por unidad de masa |
| F | Fuerza neta |
| F | Número de Froude |
| F_a | Volumen de infiltración acumulado |
| F_s | Volumen de infiltración acumulado de saturación superficial |
| f | Función genérica continua y diferenciable |
| f_c | Capacidad de infiltración mínima del suelo |
| f_o | Capacidad de infiltración inicial |
| f_p | Capacidad de infiltración del suelo |
| G | Factor de amplificación |
| g | Aceleración gravitatoria |
| H | Carga hidráulica |
| H | Calor |
| H_s | Carga hidráulica para el orificio sumergido |
| H' | Carga hidráulica entre aguas arriba y aguas abajo del vertedero |
| h_a | Pérdida de carga debida a la aceleración |
| h_f | Pérdida de carga |
| h_L | Pérdida de carga menor |
| h_{L_c} | Pérdida de carga por contracción |
| h_{L_e} | Pérdida de carga en entradas |
| h_{L_e} | Pérdida de carga por expansión |
| h_{L_m} | Pérdida de carga en uniones y cámaras de inspección |
| h_p | Carga de presión |
| h_v | Carga de velocidad |
| I | Intensidad de la lluvia |
| IMD | Índice inicial de humedad |
| i | Número imaginario. $i = \sqrt{-1}$ |
| i | Coordenada espacial longitudinal |
| j | Coordenada temporal |
| K | Coefficiente de resistencia |
| K_E | Coefficiente de pérdidas en entradas |

| | |
|-----------|--|
| K_s | Conductividad hidráulica saturada del suelo |
| k_m | Número de onda |
| k' | Número de onda de la perturbación |
| L | Longitud media del flujo |
| L | Longitud del canal o conducto |
| L_e | Longitud del conducto equivalente |
| L_f | Longitud total de drenaje de la escala de referencia |
| L_i | Longitud total de drenaje del <i>i</i> ésimo nivel de discretización |
| L_v | Longitud del vertedero |
| m | Masa |
| m | Exponente empírico |
| N | Número entero |
| N_c | Número cinemático |
| n | Coefficiente de rugosidad de Manning |
| n_c | Rugosidad de conductos |
| n_e | Coefficiente de rugosidad del conducto equivalente |
| n_{ef} | Coefficiente de rugosidad efectiva |
| n_i | Rugosidad del área impermeable de la cuenca |
| n_p | Coefficiente de rugosidad del área permeable |
| O | Término del orden de magnitud |
| P_m | Perímetro mojado del conducto |
| p | Presión hidrostática |
| Q | Descarga o caudal |
| Q_n | Descarga o caudal normal |
| Q_o | Descarga en el orificio |
| Q_p | Descarga o caudal pico |
| Q_{pf} | Caudal pico de referencia |
| Q_{pi} | Caudal pico del <i>i</i> ésimo nivel de discretización |
| Q_v | Descarga sobre vertedero |
| q | Flujo lateral por unidad de longitud |
| R | Número de Reynolds |
| R_h | Radio hidráulico |
| R_{h_c} | Radio hidráulico del conducto real |
| R_{h_e} | Radio hidráulico del conducto equivalente |
| R^2 | Coefficiente de determinación |
| r | Radio del conducto |
| S | Pendiente de la subcuenca |
| S_A | Solución analítica de la ecuación diferencial |
| S_E | Solución exacta de la ecuación diferencial |
| S_N | Solución numérica de la ecuación diferencial |
| S_o | Pendiente de fondo del canal o conducto |
| S_f | Pendiente de fricción |
| S_{f_c} | Pendiente de fricción del conducto real |
| S_{f_e} | Pendiente de fricción del conducto equivalente |
| S_k | Factor de sesgo |
| s | Succión capilar media en el frente de humedad |
| T_C | Tiempo de crecida del caudal pico |
| t | Tiempo |

| | |
|----------------------|--|
| t_c | Tiempo de concentración de la subcuenca |
| t_o | Tiempo inicial |
| t_p | Tiempo al pico del hidrograma |
| u_x | Componente en la dirección x de la velocidad del flujo lateral |
| V | Velocidad del flujo |
| \mathbf{V} | Volumen de agua en la subcuenca |
| V_f | Velocidad de corte o fricción |
| V_m | Velocidad media del flujo |
| W | Ancho de escurrimiento o de la subcuenca |
| \mathbf{W} | Trabajo |
| W_c | Ancho total de cuenca |
| W_s | Ancho de subcuenca |
| \overline{W}_s | Ancho medio de subcuenca |
| x | Dimensión longitudinal |
| y | Tirante hidráulico |
| y_c | Tirante crítico |
| y_{cr} | Altura de la cresta del vertedero |
| y_n | Tirante normal |
| y_T | Distancia al coronamiento del vertedero |
| z | Elevación |
| z_f | Elevación de fondo del canal o conducto |
| z_o | Elevación del eje axial del conducto |
| ΔH_{max} | Máximo incremento del nivel de agua en el nodo |
| Δl | Longitud del volumen diferencial |
| Δt | Intervalo de tiempo |
| Δt_c | Intervalo de tiempo crítico |
| Δx | Incremento de espacio en la dirección longitudinal |
| Γ | Número adimensional |
| Θ | Coefficiente de ponderación en el tiempo |
| α | Coefficiente de ponderación |
| α | Coefficiente de distribución de velocidades |
| α_1, α_2 | Coefficiente de ponderación del tipo de esquema de discretización |
| β | Coefficiente de ponderación $\beta = 1/\alpha$ |
| ε_d | Error de discretización |
| ε_r | Error de redondeo |
| ϕ | Diámetro del conducto |
| γ | Peso específico del agua |
| η | Parámetro del nivel de agregación superficial |
| η | Exponente empírico |
| η | Número de onda adimensional |
| φ | Angulo que forman el canal con la horizontal |
| κ | Parámetro del nivel de agregación superficial |
| ν | Viscosidad cinemática |
| θ | Angulo entre el vector velocidad y la normal a la superficie de control |
| ρ | Densidad del fluido |
| ω | Angulo que caracteriza al tirante de agua dentro de los conductos circulares |
| ∇ | Volumen de control |

